BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
14
33 0
32

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

14 29. D. 11

Ex dono auctoris

Digitized by Google

Digitized by Google

CLAVDII PTOLEMAEI

MAGNÆ CONSTRVCTIONIS

LIBER PRIMVS.

Cum

THEONIS ALEXANDRINI

COMMENTARIIS.

IO: BAPTISTA PORTA NEAP.

Interprete.

Coll Rom · Soc. Iesu



BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

NEAPOLI
Typis Fœlicis Stelliolæ, ad Portam Regalem. MDCV.

SVPERIORVM PERMISSV.

CLAVDII PTOLEMAEI

MAGNAE CONSTRVCTIONIS

LIBER PRIMVS.

Cum

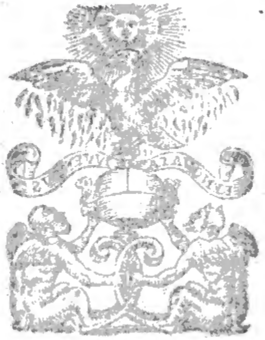
THEONIS ALEXANDRINI

COMMENTARIIS.

IO: BAPTISTA PORTA NEAP.

Interprete.

Coll. Rom. Soc. Jesu



BIBLIOTECA MAZ. ROMA

NEAPOLI

Typis Foelicis Stellioli, ad Portam Regalem. M D C V.

SVPERIORVM PERMISSV.

CLAVDII PTOLEMAEI

MAGNAE CONSTRVCTIONIS.

LIBER PRIMVS.

PROOEMIVM.

QVI legitimè philoſophati ſunt, bene quidem, (ò Syre) contemplatiuam philoſophiam ab actiua mihi videtur diſtinxiſſe: nam & ſi actiuè contingit, vt eam præcedat contemplatiua, nihilo tamen minus aliquis magnũ inter eas comperiet diſcrimen; non ſolum quod nonnullæ morales virtutes multis etiam ſine diſciplina ineſſe poſſunt, ſed contemplatiuas ſine doctrina impoſſibile eſt poſſe aſſequi. Quin etiam quod in altera ex aſſidua ipſarum rerum actione, altera verò ex theorematum profectu maxima emanat vtilitas. Hinc cõſentaneum nobis ipſis eſſe duximus, actiones quidem in ſpecierum obiectu ita componere, vt ne in minimis obliuiſcamur conſiderationis, quæ ad decoram, & bene diſpoſitam conſtitutionem conducit. Ocio verò quamplurimum indulgere decet ad theorematum doctrinam, quæ plurima, & pulcherrima ſunt, & præcipuè ad ea, quæ propriè mathematica vocantur. Nam & Ariſtoteles admodum accuratè contemplatiuam in tria prima genera diſtribuit, Naturale, Mathematicum, & Theologicum. Cum enim omnia, quæ

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

exiſtentiam obtinent, ex materia, & forma, & motu conſtent, quorum quælibet ſeorſum à ſubiecto minime ſenſibus, ſed intellectu tantum concipi poſſint, ac ſine cæteris, ſi verò quis primi motus cauſam ſimpliciter conſideret, Deum neq; aſpectui, neq; motui obnoxium primam cauſam exiſtimaret, & huius forma Theologica inquirenda eſt, quod eiuſmodi vis à ſenſibilibus ſubſtantijs prorſus ſeiuncta, circa maxime mundi ſublimia ſolùm intellectu percipitur. Alterum verò genus, quod vniuerſales qualitates, ſemperq; mobiles ſcrutatur, & circa album, & calidum, dulce, & molle, & huiuſmodi ſimilia, phyſicā ſcientiam quis nuncuparet, & ea ſubſtantia, vt plurimum, in rebus interitui obnoxijs, & ſublunari ſphærā conuertatur. Genus autem quod formam, & locales motus, & qualitatem, & ſpeciem apparentem, quantitatem, & magnitudinem, locum, tempus, & eiuſmodi talia demonſtrat, Mathematicum diffiniret, cum hoc medium inter illa duo genera cadat, non modo quæ & ſenſu, & abſq; ſenſu cognoſci poſſit, verùm etiā, quod omnibus ſimpliciter exiſtentibus mortalibus, & immortalibus contingit, cum mortalibus, quæ ſemper ſecundum formam commutantur, & æternis, cum æthereæ naturæ ſe immota conſeruant. Nos igitur conſiderantes, quod duo ſpeculationum genera, coniecturæ potius, quam demonſtrationum ſcientiam quis dixerit, theologicum quidem, quod & inconſpicuum, & incomprehenſibile ſit, phyſicum autem propter materiei inſtabilitatem vix percipi poteſt, ob id philoſophantes de eis nunquam conſenſuros arbitremur. Solum autem Mathematicum (ſi quis accuratè ipſi mentem adhibuerit) ſtabilem, immutabilemq; ſcientiam præſtabit, tanquam demonſtratione arithmetica, & geometrica vtatur, quæ ratione, à qua dubitatio longè abeſt, vtatur, maximè viſum eſt nobis pro viribus differere. præcipuè verò, quæ cœleſtia, & diuina corpora comprǣhēdit, cum ſolum hæc de rebus certis, & eodem modo ſe habentibus conſideret, & propterea cum & ipſa comprehenſibilis, certa, & ordinata exiſtat, ſemperque eodem modo ſe habere poſſit, quod proprium eſt ſcientiæ. Cæterum ad reliquas artes non minus, quam illæ cōfert, etenim ad Theologicum genus maxime viam præparat, cum ſola poſſit rectè immobiles, & ſeparabiles

biles facultates conijcere, ex accidentium vicinia circa ſenſibiles ſubſtantias, & mouentes, & motas, æternas, & impaſſibiles, & accidentes, differẽtiam, motuumq; ordines, quo ad naturam tantum, non quod accidit eſt proponendum, quod proprium eſt materiæ à particulari motu ſecundum motum progreſſiuum, vt ipſum corruptibile, & incorruptibile, ex recto, & circulari, graui & leui, paſſiuo & actiuo, à medio & ad medium. Ad actiones, & habitus præ cæteris maximè præparat, ob bonum diuinarum rerũ ordinem, ſimmetrias, & obſequiũ, amatores nos quidẽ & diuinæ huius pulchritudinis imitatores red dens, animoſq; inflãmans ad ſimiles animæ moderationes. Nos igitur amore huius ſciẽtiæ, quæ ſẽper eodẽ ſe habent modo, aſſiduè augere conamur, diſcẽtes quidem, q̃ ab antiquis artificibus iam relicta ſunt, adijcientes ea, quæ vſque ad noſtra tempora inuenta ſunt, & quæ iudicamus adhucuſque in lucem prolata breui compendio complecti conabimur, vt non omnino rudes, ſed qui aliquantulum profecerunt, aſſequi poſſint. Et vt abſoluta ſit doctrina, omnia ad cœleſtium contemplationũ vtilia peculiari ordine trademus. Et ne longioribus euagemur, quæ accuratè ab antiquis commemorata ſunt, recitabimus, cætera verò, quæ non omnino comperta fuerint, aut non ſatis cõmodè explicata, pro noſtra facultate latius exponemus.

Theonis Alexandrini commentarius in primum mathematic conſtructionis Ptolemæi librum.

PROOEMIVM.

SAEPE numero ab auditoribus hortatus (fili Epiphani) ea cõmentari, quæ vnicuique difficilia iudicarunt in mathematica Ptolemæi conſtructione, operæpretium me facturum exiſtimaui, ſi commentarium in eam ederem, & conuenienter pro viribus tantam diligentiam ſuſciperem, tùm propter eorum, qui in aſtronomicæ facultatis verſantur exercitatione, tum propter exortationem eorum, qui principia addiſcunt; poſſibile quidem ijs erit, qui veritatis, & inueſtigandi ſtudio tenentur aſſequi, quoniam quamplurimas demonſtrationes nos addidimus, nullo modo à veteribus commentatoribus intellectas, vt ex commentarijs, quæ nobis relinquerunt apparent, nam clariora proponentes omittere, quæ maxime difficilia ſunt, reliquiſſe apparent. Ad hæc clarè Ptolemæo in initio huius tractatus dicente, CVM

OMNIA LINEARIBVS DEMONSTRATIONIBVS OSTENſVRI ESSEMVS, ipſi plurima, ſine aliqua ratione, quemadmodum in facilioribus regulis per quædam compendia fieri ſolent abſoluerunt. Nos autem maximam adhibuimus operam, non ſolum per linearem demonſtrationem omnia pro viribus percurrere, ſed etiam nil eorum, quæ aliquid habere difficultatis videntur, prætermittere: licet tanti non ſimus, vt eiuſmodi negotium complectamur. Et ne prolixi in commentatione eſſemus, in primo quidem huius conſtructionis limine, ſecundum literarum ordinem ad verbum exponemus, deinceps verò quæcunque etiam initiatis facilia, ſponte miſſa faciemus, quæ autem talibus mediocriter videntur intellectu difficilia, & horum demonſtrationes apponemus. Maximam autem videmur gratiam ab ijs conſequi, qui poſſunt corrigere, quæ non, vt par erat, à nobis ſunt exactè pertractata (quemadmodum & ipſe dixit.) Nec turpe putare debemus, cum tam magna, & diuina polliciti ſimus, etiam ſi ab alijs corrigamur, nec nos tanti arbitrati ſimus eſſe, vt omnia ſine aliqua controuerſia ad verbum percurramus.

QVI LEGITIME PHILOSOPHATI ſunt, bene quidem, &c. Aequum eſſe arbitror eum, qui Aſtronomiam profitetur, longiorem ex Philoſophia verborum prolixitatem afferre, ſed pro viribus, quæcunque clara ſunt, ſiue verba, ſiue totam ſententiam ſpectes, breuiter exponere, etenim totum ferè proemium, vt ego arbitror, perſpicuum eſt, ſi quis ipſum ſimpliciori modo ſuſciperet, ſicut & ipſi Ptolemæo videtur: dicit enim in calce propoſiti procœmij. Conſcriptus eſt à nobis hic tractatus, ITA VT non omnino rudes, ſed qui aliquantulum profecerunt, eum aſſequi poſſint, iuuenes intelligens, ad quos cum ſcriberet, non talem dixiſſet ſuorũ procœmiorum debere eſſe enarrationem. Si quis enim hoc in longum producere vellet, non arbitror multis ſermonibus indigere, quod nos ad totam ſententiam cõpendioſe comprehendendam accedimus. Eſt igitur, vt reor, tota ſententia eiuſmodi. Hominem bene viuentem ſemper in honeſta, ac bene conſtituta diſpoſitione debere eſſe: eſt autem hæc diſpoſitio in duobus ſita, in contemplatione ſcilicet, & actione, quare ab eorum laude, qui hæc diuiſerunt, initium fecit, inquiens. OPTIME EOS diſtinxiſſe contemplatiuam ab actiua, qui legitime philoſophati ſunt, intelligit autẽ Peripateticos, ſiquidem paulo poſt, cum Ariſtotelis mentionem feciſſet, cõtemplãdi partẽ, bene, ait, pertractaſſe, ſi quid aliud vnquã bene diuiſerit, videlicet, quod dictũ eſt, hoc eſt totã philoſophiã in actionem, & cõtemplationẽ. Dicunt autem contemplationi finem propoſitum eſſe ipſam veritatem, actioni fælicitatem, & morum probitatem, quare virtutes actioni ſubiectæ morales appellantur. Inquit enim Ptolemæus, agendi parti accidiſſe, vt prior ipſa contemplandi ſit, propterea quod fortaſſe oportet eum, qui prius aliquid fecerit, etiam quod eligibile, quod agendum eſt apprehendiſſe, & quod per hæc etiam agi poſſet, & hoc modo, quæ omnia ſunt veridici habitus, & contemplationi, ſed tamen magnum, ait, inter ſe comperi diſcrimen, morales enim virtutes quaſdam enim ſine doctrina conquiri. Ex more etiam ipſæ virtutes præter prudentiam videntur conſtare, quare & morales autumant appellandas, quaſi quaſdam in conſuetudine poſitas, quæ ſunt prudentia, fortitudo, liberalitas, iuſtitia, clementia, & omnino honeſti, & boni ex conſuetudine dicimur eſſe: videntur autem earum aliquæ etiam naturaliter aduenire, etenim animalia rationis expertia, alia quidem fortia, alia prudentia dicuntur eſſe, ergo harũ nonnullæ etiam ſine ratione hominibus innaſcuntur, contemplatio autem vniuerſorum, non eſt, inquit, ſine ratione, nec ſimpliciter contemplationem dixit, ſed rerum vniuerſarum, fieret enim comprehenſio contemplationis,

tionis, & veritatis etiam ſine doctrina, cuiuſmodi ſunt axiomata. Vt quæ eidem
æqualia,& inter ſe ſunt æqualia. Vna igitur hac differentia differre ait, quæ dicta
ſunt. Dein quia actionis vtilitas ex ipſa operatione eſt (hoc autem eſſet corpore
agere) contemplationis autem ex contemplandi ſtudio, & progreſſu. Cum igitur
differant actio,& contemplatio,expoſitum ſit bene viuentem ab vtroq; depende-
re,hoc,& ipſe inquit,facere ad actiones quidem ſe ipſum cõponendo in ipſis phan
taſiarum applicationibus, hoc eſt, in ipſo initio ex electione aliquid faciendi co-
natur moderate,& compoſitè hoc facere,contemplationem,inquit,haberi ocium
circa contemplationum doctrinam interponendo, præſertim Mathematicarum,
hæc autem ſunt,quæ circa Geometriam,Arithmeticam,& Muſicam, & Aſtrono-
miam. Quod autem, & Mathematica ſub contemplationis genere contineatur,
Ariſtotelem teſtem adducit,qui in tres partes contemplationem diuiſit, in Phyſi-
cam,Mathematicam,& Theologicam, quam diuiſionem rectè ſe habere probat,
propterea quod tres ſunt res,ex quibus entia conſtant, videturque entia appellare
corpora naturalia,quæ ſunt ex materia, forma, & motu, tres eiuſmodi res ſeparari
non poſſunt, vt ſubſiſtant, vt diuiſim hæc, diuiſim illa per ſe ſubſiſtant, ſed vnam-
quamq; comprehendi propriam habere naturam.Neq; enim eſt eadem motus, &
materiæ natura,vel motus,& formæ,neq; materiæ,& formæ. His igitur tribus exi-
ſtentibus,motu quidem conſtituit theologicam ſpeciem, ex ipſa diſquiſitione pri-
mi motus vniuerſitatis, dicit autem primum motum ab oriente in occidentẽ,hoc
enim primo motu mundus mouetur,in huius igitur motus cauſæ diſquiſitione,ſub-
ſtituta.Deus enim eius cauſa eſt, natura quidem immobilis,& inſpectabilis.Si quis
inquit,ſimpliciter conſideret,hoc eſt ad ſimplicitatem confugiens, & ſeparans ip-
ſum à corporibus,quibus author eſt motus,volens tanquam per reſolutionem hãc
fieri intelligentiam, vt rerum mathematicarum,etenim in his, & ſuperficiem per
ſolidi,& lineam per plani abſtractionem intelleximus;& præterea abſtrahentes,&
reſoluentes ad punctum peruenimus, ſeparantes ipſius longitudinem, quæ adhuc
relicta erat,vt ad omnimodam ſimplicitatem, & ad magnitudinis expertem ve-
niamus. Theologiam igitur per motum, phyſicam autem ſpeciem per materiam
conſtituit. Quoniam enim Phyſica circa ſemper mobilem, & mutabilem qualita-
tem eſt,videlicet album,calidum,dulce,& molle,patet eam non manere in ijſdem
qualitatibus: quod autem non maneat, eſt ratione materiæ, cauſa enim ſtatus,&
permanſionis magis eſt forma,per quàm fluxus, ob id phyſicæ materiæ cauſa eſt.
Mathematica autem per formam conſtituta eſt,circa hoc enim, inquit, ipſa eſt, &
huius qualitatem habet,& præterea localis motus. Formam autem diceret termi-
num,& ſuperficiem,qualitatem autem formæ figuram,ceu triangulum,& quadran
gulum. Conſiderare autem ipſam, & circa magnitudinem,ſcilicet menſuratiuam,
& circa quantitatem,vt Arithmeticam,ſed etiam de loco,& tempore,vt Aſtrono-
miam,quod & vbi ſtella, & quanto tempore ſuos periodos abſoluat, comprehen-
dit.Et oportet eſſe hanc Mathematicam tanquam in medio & Phyſicæ, & Theo-
logicæ,horum etiam partem ſenſu egere,vt intelligatur,vt phyſicum,partẽ mẽte,
vt Theologicum: Hanc autem poſſe, & per ſenſum, & ſine ſenſu intelligi. Præte-
rea quod hæc omnibus entibus accidat, & mortalibus, & immortalibus: omnia
enim entia, & terminos, & figuras habẽt, tanquã de tẽporibus naturalibus dicat,
quare,& prius ita accepimus,eo quod omnia entia materiam, formam,ac motum
habent: ſi igitur omnia in terminis,& figuris,atq; circa mathematica, circa omnia
ipſa eſt,his quidem ſemper tranſmutabilibus,hæc autem ſunt naturalia, propterea
quod facile ſeparantur,inquit,& ipſa formam tranſmutat,hoc autem eſſet, quoniã
hæc

hæc phiſica ſemper cum aliqua ſuperficie ſunt, & forma, & ſemper in motu hanc formam habet. Cœleſtibus autem ineſſe mathematicam, quod & hæc formam habent, formam autem immobilem. Prætulimus igitur (inquit) Mathematicã alijs, quoniam naturale propter materiæ fluxum minime comprehendi poſſe videbamus. Theologicum autem itidem incomprehenſibile propter omnimodam ipſius obſcuritatem. Hæc autem progreditur per indubitatas demonſtrationes, tùm Arithmeticas, tùm Geometricas, omnis igitur mathematicæ curam habere, & præſertim Aſtronomiam, propterea quod ſola hæc circa ſemper eadem, & ſimiliter ſe habentia verſatur, præſertim cum alijs philoſophiæ partibus opem ferre poſſit. Theologiæ quidem, quod & ipſa circa diuina verſatur, proprius enim ſunt diuina, quamuis corpora incorporeorum Deorum, quàm non diuina, ac etiam quod eorũ latio ordinata eſt, ordo autem Deorum eſt proprium, phyſicæ autem quod ſimul commutetur, Aſtronomia quia & phyſicis corporibus à locali motu ſunt proprietates, eo quod incorruptibile quidem circulariter mouetur, corruptibile autem rectè. Propterea quod corruptibile, graue quidem ad medium fertur, leue autem à medio. Dicens enim graue. & leue, accipit actiuè, & paſſiuè, proinde ac ſi quis non graue vellet dicere, ſed paſſiuum, vel non leue, ſed actiuum. Et tamen etiam aſtronomiam ad praxim, inquit, eſſe vtile. Aſſueſcens enim diuinis corporibus, & rectis horum ordinibus, & ſymmetriam docens, ad amorem ducit honeſti, & ordinem animo ingenerandum. Huiuſmodi eſt Ptolemæi ſententia totius proemij, vt mihi quidem videtur. Deinceps mox dicet, quomodo velit aggredi commentationem, & ait. CONARI SE AVGERE Aſtronomicam contemplationem, rectè ſe ipſum iudicem coſtituens circa antiquorum inuenta; & velle quidem quæ ab ipſis rectè elaborata, & excogitata fuerint, libenter admittere ad morem diſcentis. Quæ autem prætermiſſa, & neceſſariam habent diſquiſitionem ad cõplementum contemplationis hæc addere cum exquiſita conſideratione, eſt enim vrbanorum virorum munus, qui præaſſumptos tractatus ſequuntur, quæ quidem rectè ab ipſis inuenta ſunt admittere, nec contemnere, quæ deſunt, addere, quod in vniuerſa conſtitutione huiuſce contemplationis, ipſe facere videtur. Quædam enim ex verbis aufert, tanquam ſuperflua, quædam autem tanquam non bene dicta corrigit, nemini popularem reprehenſionem inferens, in ipſis autem rebus ſe ipſum modeſtè gerens, atq; ex inde probationem magis accipiens, quàm fidem, poſtea, quia nouit longum temporis interuallum ad exactiores motuum diſquiſitiones facere, ait, tantam appendicem operi ſe conferre ſtudere, quantam ab antiquioribus Aſtronomis tempus vſque ad noſtra tempora afferre poteſt.

PTOLEMAEVS

De ordine Theorematum.

CAPVT PRIMVM.

SED præpoſitam à nobis conſtructionem præit, vt vniuerſam totius terræ ad totum cœlum habitudinem perſpiciamus, particularium verò iam, & quæ ſequuntur. Primum erit ſermonem habere de poſitione

tione obliqui circuli, & locorum noſtri orbis, ſimiliter, & de mutua eorum in vnoquoque horizonte iuxta inclinationes in ipſis ordinibus facta, hæc enim ſpeculatio ſi præceſſerit, faciliorem reliquorum conſiderationem præbebit. Secundo verò de Solari, & Lunari motu, & de eorum accidentibus percurramus, ſine enim horum præcognitione, neque circa ſtellas latiſſime vnquam ſpeculatio fieri poſſet. Cum autem poſtremus futurus ſit ſermo de ſtellis ad demonſtrationē ipſam, iure quidem præponenda eſſent, quæ de ſphæra ſtellarū fixarū, ſequerentur autē ea, quæ vocatur de quinque planetis. Singula autē horum demonſtrare conabimur, principiis quidē, & veluti fundamentis vtentes ad inuentionē euidentibus, & apparentibus, & indubitatis veterū, & neutericorum obſeruationibus. Deinde has præceptiones accommodabimus per demonſtrationē in linearibus probationibus. In vniuerſum autem hæc ſunt præſupponenda. Quod cœlum ſphæricum ſit, & circulariter feratur. Et quod terra figura quidem, & ipſa ſphærica ſit ad ſenſum ſecundum vniuerſas eius partes accepta. Et quod in medio cœli ſita ſit, puncti ſimilitudinem habens, magnitudinem quidem ex diſtantia ad ſphæram ſtellarum fixarum pūcti proportionem habet, ipſa nullum faciens progreſſiuum motum. De his autem ſingulis memoriæ cauſa breuiter percurramus.

THEON.

De Ordine Theorematum.

VVLT in hoc capite enumerare ea, quæ vniuersè, & ſigillatim debent principalliter præſumi ad aſtronomicæ conſtructionis ſpeculationē, & declarare quod conſequentem facit ordinem tùm doctrinæ horum, tùm etiam ſtellarum motus cum concordia ad ea, quæ apparent; ſiquidem & ipſa ſubiectum eſt propoſitæ ſpeculationis. Ac inquit, PRAECEDERE IIS, QVAE PARTICVLARITER propoſitæ conſtructionis vniuerſam totius terræ videre ad totum cœlum habitudinem. Quæ autem vniuerſalis ſit hæc habitudo, inquit, Terram medium obtinere locum, & ſphæricum eſſe cœlum, & circulariter ferri. Quod terra figura quidem eſt ipſa ſphærica ad ſenſum ſecūdum vniuerſas partes accepta, hoc eſt, vel ſimul tota, vel ſecundum magnas partes, videlicet per vnumquodque clima, & cum montibus, & cum vallibus in ipſa, vt quæ minima ſint ad vniuerſam terræ magnitudinem, vel etiam ad dictas partes, etiam cum æquoribus, & fluminibus. Oſtendit etenim in ſequentibus quod & ſuperficies maris, & vniuerſæ aquæ

tran-

tranquillæ ſphærica eſt, & quod in medio cœli ſita ſit tanquam centrum, puncti rationem habens, tanquam ad diſtantiam vſque ad ſphæram ſtellarum fixarum, nō quod ſine magnitudine ſit, ſicut punctum, ſed quod ad cœleſtem magnitudinem relata, non alicuius momenti videatur hæc magnitudinem habere, & quod neque motum aliquem facit, ſed in medio vniuerſi immobilis exiſtens. Et hæc cum declaraſſet, eſſe, quæ vniuerſaliter tanquam principia, veluti ex ſimplici animi notione, & ex ſimplicioribus obſeruationibus oportet præintelligi. Deinceps, & de particularibus rebus ſuſcipit tractationem, & inquit. Quod conſequens eſt, & in his præintelligere nos de portione circuli obliqui ad æquinoctialem, & per media animalia circuli, in quo ſemper Sol fertur, hoc eſt quanta ſit ad æquinoctialem inclinatio ipſius comprehenditur in maximo circulo per polos ipſius deſcripto, etenim ex huiuſmodi inclinatione tempora dierum, & noctium ſecundum ſingulas inclinationes ſphæræ differentia accipiuntur, ſicut in ſecundo libro demonſtrat. Amplius & de regionibus noſtris habitatis, hoc eſt, quæ pars terræ eſt, quæ habitatur, & quæ peruenit ad noſtram cognitionem, vtrum quæ ad Septētrionem, vel ad Meridiem, & quæ rurſus eius quantitas, quoad longitudinem, & latitudinem. Neque enim de rebus ignotis propoſitum eſt ipſi diſſerere, & quanti ſint exceſſus ad æquinoctialem ſecundum habitationes maximorum, & minimorum dierum ad declinationē horizontis facti ex magis borealibus, & auſtralibus ipſorum poſitionibus. Perſpicuum eſt enim quod ex iis eiuſmodi fiant differentiæ, quemadmodum Theodoſius in libro de habitationibus demonſtrat, quod & aſtra firmamenti quotquot ſunt, & æquinoctialis, & maximi circuli ſemper apparentiam plus temporis ſuper horizontem apparent iis, qui ad Septētrionem habitant, quàm iis qui ad Meridiē. Quotquot autem ſunt, & inter æquinoctialem, & maximum circulum non apparentium plus temporis ſupra horizontem apparent iis, qui ad Meridiem habitant, quàm iis qui ad Arcton. Hinc fit, vt Sole exiſtente in tropico æſtiuali maiores fieri dies in habitationibus borealibus, minores verò auſtralibus. Contra autem Sole exiſtente in hyemali tropico, maiores quidem fieri dies in auſtralibus habitationibus, minores verò in aquilonaribus. Fiunt autem, & circa magis orientales, & occidentales horizontum poſitiones differentiæ, eo quod eodem temporis ſpatio maior eſt horum multitudo in habitationibus magis orientalibus, minor vero in magis occidentalibus. Præterea verò, & circa eleuationes, & anni tempora, & circa alia plurima fiunt differentiæ circa poſitiones horizontum, quemadmodum in ſequentibus perſpicuum fiet. Deinde volens vtilitatem horum intelligentiæ docere, inquit. PRAEINTELLECTA ENIM horum ſpeculatio, reliquarum conſiderationem faciliorem præbet. Deinceps autem rurſus conſideraturus hæc de ſtellis, neceſſarium comperit ante exponere de motu Solari, & Lunari, & quæ his contingunt. Hæc autem ſunt, quæ circa ipſam conſtitutiua tempora ipſorum, & inæqualitates, & gradus longitudinis, & æquales, & exquiſitas. Amplius autem, & latitudinis, & diſtantiarum, & magnitudinum, mutationum, & coniunctionum, & & pleniluniorum, & eclypſium Lunæ, & inclinationum, & quæcunque alia, quæ in tertio, quarto, quinto, & ſexto libro aſſumit. SINE ENIM, inquit, horum præcognitione, neque circa ſtellas, dico iam & fixas, & errantes poſſibile eſſet plenius, hoc eſt, perfectius, & clarius recognoſci. Cum autem poſtremum ſit eorum, quæ demonſtratur de Sole, & Luna, & de aſtris, quemadmodum diximus, contemplationem facere. Præponit iam & hic errantiū tractationi cōſiderationem de ſtellis fixis. Poſt hanc ipſam de quinque planetis, Quod autem conſequenti ordine eiuſmodi enarrationem ipſe fecerit, manifeſtum nobis ſic erit. Prius enim ab vniuer-

ſalioribus

ſalioribus initiũ facit terræ, & cœli, & primũ à cœlo, deinde ordinatim de poſitione harum partium, dico, videlicet de Zodiaco, & de parte terræ, quam nos incolimus; deinceps de locis magis particularibus terræ, idelt de differentijs, quæ fiunt ſecundum vnumquemq; horizontem circa inclinationes. Et hæc cum declaraſſet, eſſe ea, quæ debent præſumi ad faciliorem conſiderationem reliquarum rerum aſtronomicæ contemplationis. Deinceps etiam magis ſingularium numerationẽ facit Solis, & Lunæ, & reliquorum fixorum ſyderum, & errantium. Quod autem, & horum ordinem conſequenter fecit concordiæ ad apparentia, manifeſtum nobis fiet in proprijs locis ex demonſtratis circa notiones ipſarum. Quæ enim circa motus ſtellarum fixarum, & errantium, ex eo quod deſumuntur circa Solem, & Lunã. Propter quod præſumit de his tractationem, poſtea præaſſumit horum tractatum de Sole. Ex notione etenim eorum capiuntur, quæ de Luna dicuntur. Inſuper præponit ſtellarum fixarum ante planetarum tractationem, quandoquidem ſæpè epoca fixæ ſtellæ fit vtilis ipſi ad planetæ cognitionem, ſicut nono libro manifeſtum fit. Vnde addidit, & IVRE OPTIMO PRAEPONI TRACTATIONEM de ſphæra ſtellarum fixarum tractationi de ſphæra planetarum. Ob id poſtremum horum demonſtrationem fecit; Vocauit autem errantia has quinque ſolum ſtellas, dico autem Saturni, Iouis, Martis, Veneris, & Mercurij, quod ææ ſolæ videntur, aliubi quidem ad ſenſum ſtantes, aliubi autem ad ſequentia, aliubi autem ad præcedentia, hoc eſt ad anterius & poſterius. Et præterea quæ ad obliqua, tanquam in diſtantijs in latitudinem progreſſum faciunt, videnturq; ſimiles ijs, qui in triuijs oberrant, & omnes reliquas ſtellas fixas vocauit, eo quod diſtantias, & figurationes ipſas ad inuicem ſeruant, videntur ſimiles ijs, quæ ab inuicem non errant. Solem enim, & Lunam neque fixas vocat, quoniam ipſæ non ſeruant, neque ad inuicem diſtantias, neque ad ſtellas, neque videlicet figurationes, neque verò errantes, eo quod neque ſtationarij videntur, neque retrogradi. Singula autem prædicta oſtendit principijs quidem tanquam materia aſtronomicæ ſpeculationis, præutẽs, inſtrumentorum obſeruatione accidentibus, quæ circa motus comprehenſis. Et præterea exquiſitis obſeruationibus à maioribus ſcriptis, maximè verò ab Hipparco, & ipſis rurſum quæ per inſtrumenta fuerunt deprehenſa, quarum quidem conſtitutiones, & poſitiones, amplius autem, & vſus in ſequentibus in proprijs locis exponit, & per hæc notionibus inuentis conſonans ſuppoſitiones accommodans, ſequentes declarationes facit per inſinuationes in linearibus demonſtrationibus. Poſtea ſupradixit ante. Præpoſitam à nobis conſtructionem præcedere videre vniuerſam totius terræ ad cœlum habitudinem, nunc ſicuti diximus, dicet, quæ ſit vniuerſa habitudo ab ipſo dicta, & inquit. IN VNIVERSVM QVIDEM liceret præintelligere. Et quod ſphæricum eſt cœlum, & circulariter fertur. Et quod terra figura quidem, & ipſa ſphærica ad ſenſum, ſecundum vniuerſas eius partes accepta, vt ſupra declarabamus cum æquoribus, & montibus, vt qui parum ſupra terram inſurgant ad vniuerſalem terræ magnitudinem, vel ad prædictas partes. Quemadmodum enim ſi ſphæræ ex aliqua materia confectæ habentis diametrum pedalis menſuræ, arena inhæſerit, vel minimum quid tale in ipſa fiat, non iam & ſphæricam figuram, vt eſt ad ſenſum alterauit, ſic & in terra, vt de comparatione magnitudinis ipſius, & montes, & cauitates in ipſa minima exiſtentes, inuariabilem ipſius, vt eſt ad ſenſum ſphæricam figuram cõſeruant, & in ipſis autem magnitudinibus terræ, & maximi montis inquirentes, hoc idem deinceps demonſtrabimus in capite de hac re. Quare & ſphæricam ipſam ſupponit, ex apparentibus circa ipſam euidentijs huiuſmodi ita accepta. Amplius autem, & poſitione me-

diam totius cœli, & magnitudine puncti rationem habens, non quod ipſa nullam habeat magnitudinem, ſed vt ad comparationem, vt diximus, illius maximæ quantitatis diſtantiæ ab ipſa ad ſphæram cœleſtium, quemadmodum & Euclides in Opticis dixit. Quod vnumquodq; eorum quæ videtur, habent aliquam diſtantiã, vbi exiſtens non amplius videtur. Si igitur intelligemus ex tanta diſtantia aliquam videre terræ magnitudinem propter exceſſum diſtantiæ, minima videbitur, vel etiam ſenſum fugiet, ob id & dixit, VT AD DISTANTIAM. Amplius autem etiam hoc eſſet ex iijs, quæ præintelligi debent in ratione principij, ipſam immobilem manere in eo loco, quem diximus, neque ſe mouere. Et quoniam hæc accipit vt principia inquit. Principium non eſt demonſtrationes facere. De horum autem ſuppoſitione breuiter diſſeremus, ſuppoſitionis inquiens, non autem demonſtrationis, ob id & inductiuo, nõ autem demonſtratiuo vſus eſt ſermone. Differit autem de his à communibus notionibus, & tenuibus quibuſdam obſeruationibus, non tanquam principiorum demonſtrationes faciens, vt diximus, ſed ſupponens, quoniam hæc quæ ſumuntur principia non caſu, & impropriè accipiuntur, ſed quam maximè congruè ad ea quæ apparent, concordiæ. Idem etiam modus congruit ſermonibus de principiis.

PTOLEMAEVS.

Quod coelum circulariter fertur.

CAPVT II.

PRimus igitur horum notiones à tali aliqua obſeruatione veteribus conſentaneum eſt aduenisse. Videbant enim & Solem, & Lunam, aliasq; ſtellas ab ortu ad occaſum in parallelis inter ſe circulis ſemper ferri, & incipientes deorſum ab humili, ceu ab ipſa terra paulatim eleuari in altitudinem, poſtea rurſus ſecundum proportionem circumferri, & in humili loco deprimi, quouſque tandem, quaſi cadentes in terram occultentur. Poſtea rurſus paulo interiecto tempore manentes in occultatione, quaſi ex alio principio ori ri, & occidere, & hæc tempora etiam ortus, & occaſus loca ordinatè, & ſimiliter omnino redire. Maximè autem eos perduxit ad ſphæricam cognitionem propter apparentiã ſtellarum conuerſio circul aris perſpecta, & circa vnum, & idẽ centrum circumuolui. Polus enim neceſſario fiebat punctus cœleſtis ſphæræ magis autem ipſi appropinquantibus, dum in minoribus circulis circumuoluuntur, remotiores verò ſecundum diſtantiæ proportionem maiores circulos in circumſcriptione

ptione

ptione faciunt, donec diſtantia etiam vſque ad non apparentes perueniat, & horum quidem, quæ propè ſemper apparentes ſtellas videbant ad paruum temporis in occultatione manere, quæ autem procul ſecundum proportionem rurſus diutius, ita vt principium quidem per hæc ſola prædictam cognitionem ipſi acceperint. Iam verò ſecūdum ſequentem ſpeculationem, & quæ hæc conſequuntur intellexiſſe, cum omnia ſimpliciter apparentia repugnent aduerſantibus opinionibus. Age enim. Si quis ſuppoſuerit lationem aſtrorum in rectam factam in infinitum ferri (quemadmodum quibuſdam viſum eſt) quinam excogitari poſſet modus, ſecundum quem ab eodem principio ſingula quotidie lata videbuntur, quomodo enim reuertere poſſunt aſtra in infinitum lata? vel quomodo regredientia non videntur? vel quomodo paulatim diminutis magnitudinibus non occultentur? Contra autem maiora cum videātur lata in ipſis occultationibus, paulatim ſe occultantia & ſicut abſciſſa à terræ ſuperficie? atque ipſa accendi ex terra, & rurſum in eā extingui? Irrationabile omnino videtur, vt enim quis concedet tantum ordinem in magnitudinibus, & quantitatibus ipſarum, etiam autem in diſtantijs, & locis, & temporibus ſic temere, vt contingit perfici, & omnem quidem hanc terræ partem accēdendi vim habere, & hanc verò extinguendi magis autem hoc ipſum quibuſdam accendere, quibuſdam verò extinguere, & aſtrorum quidem eadem alijs accenſa, vel extincta eſſe, aliis verò non item. Si quis, inquam, hæc omnia concedat, quæ ſunt adeo ridicula, quid enim de ſēper apparentibus dicere licebit nō oriētibus neq; occidētibus? vel quā ob cauſā hæc quidē accēſa, & extincta vbiq; & oriātur & occidāt, hæc, quibus id contingerit, vbiq; & ſunt ſuper terram, non enim eadem his quidem ſemper accenduntur, & extinguentur, his verò nihil vnquam horum accidet, cum omnino perſpicuum ſit eaſdem ſtellas apud quoſdam quidem & oriri & occidere, apud alios neutrum. Vt ſummatim autem dicam, qualemcunque aliam figuram lationis cœleſtium præter ſphæricam quis ſupponat, inæquales neceſſe eſt fieri diſtantias à terra ad partes rerum ſublimium, vbicunque ipſa, & vtcunque ſubiacent, ita vt debeant & magnitudines, & adinuicem diſtantias ſtellarum

næ quales videri iiſdem ſecundum vnamquamque circulationem, vt quæ quandoque in maiori, quandoque in minori diſtantia fiant, quod non videtur contingere, etenim & quod in horizontibus maiores magnitudines videantur, non id facit diſtantia, quæ minor ſit, ſed euaporatio humidi terram circumambientis inter aſpectum noſtrum, & aſtra facta, quemadmodum & in aquam iniecta maiora videntur, & quanto inferius ſecedant, tanto maiora. Conferunt autem quod ſphærica ſit, etiam hæc, quod non poſſunt ſecundum aliam ſuppoſitionem horariæ ſcientiæ conſtructiones congruere, quàm hæc ſola, & quod cum latio cœleſtium ſine vllo impedimento maxime mobilis ſit, etiam figurarum maximè mobilis eſt, planorumque circularis, ſolidorum verò ſphærica. Similiter autem quod iſoperimetrarum figurarum differentia, quoniam maiores quidem ſunt, quæ plures habent angulos, planarum quidem circulus maior ſit, ſolidarum verò ſphæra, maius autem & cœlum eſt alijs corporibus. Verùm etiam & à naturalibus quibuſdam poſſunt excogitari ad hanc aſſumptionem, veluti quod omnibus corporibus maxime tenue & homogeneum eſt æter, homogeneorum homogeneæ ſuperficies, homogeneæ autem ſuperficies ſolæ ſunt vel circulares in planis, vel ſphæricæ in ſolidis, cũ autẽ æter non ſit figura planũ, ſed ſolidũ, relinquitur ipsũ eſſe ſphæricũ. Et ſimiliter q̃d natura corpora omnia, quæ quidẽ terreſtria, & corruptibilia omnino ex circularibus, diſſimilibusq; tamen figuris conſtituit, quæ verò in æthere & diuina omnia rurſus & figuris ſimilaribus, & ſphæricis. Siquidẽ plana omnia exiſtentia, vel diſco ſimilia, non iam omnibus, qui ex diuerſis terræ locis ſub idẽ tẽpus vident, circularis inſpecta eſt figura. Ob id verò cõſentaneũ eſt eſſe etiã ipsũ ambientẽ æthera eiuſdem naturæ exiſtentia, & ſphærica eſſe, & propter partium æqualitatem circulariter ferri, & æqualiter.

THEON.

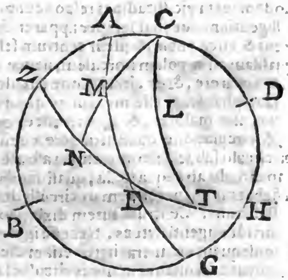
Quod cœlum circulariter fertur.

CAPVT II.

CVM feciſſet enumrationem vniuerſalium, & particularium aſtronomicæ conſtructionis, quæ debentur præintelligi, cumque manifeſtaſſet, quod ante

omnia

omnia oportet præcognoſcere hoc ſimul vtrumque, quod & cœlum eſt circulare, & quod circulariter feratur, hic eo modo, quo diximus, commentationem de his facturus, conſiderauit propoſitum caput, quod circulariter cœlum fertur, relinquens, quod & ſphæricum eſt. Videtur autem, quoniam ab vniuerſi ſphærica latione commentationem facit, circularem ipſum eſſe, ab hac enim deſcriptionem capitis factam. Dicet igitur prius, vnde veteres in notitiam venerint eiuſmodi vniuerſi lationis, & dicit, quod, VIDEANT enim & Solem, & Lunam, & alias ſtellas & fixas & erraticas per circulos parallelos ferri. Per circulos igitur ferri, tanquam iam cognitionem horum ſuſcepiſſent ex continua obſeruatione cæleſtium corporum, & maxime à ſemper apparentibus aſtris, quod ſphæricæ feruntur, ſicut & ſequens deinceps dicit. MAXIME autem perduxit eos ad ſphæricam cognitionem ſemper apparentium ſtellarum circularis conuerſio perſpecta, & quæ deinceps. Quod autem & per parallelos circulos in Sole quidem & Luna, & quinque planetis, quod ex prima vniuerſi latione ab Orietalibus ad Occidentales ferri, ita ipſis videbantur tanquam ad ſenſum in obſeruatione in ſingulis diebus inſenſibili facta differentia parallelorum in tanto interuallo ad helicas, quæ ex veritate ab ipſis deſcribuntur, & ex earum motu, & ex vniuerſi facta ipſorum circumlatione. Cum enim vniuerſi prima latio ab Oriente in Occidétem ad præcedentia fiat, ſtellarum autem motus ab Occidéte in Orientem, etiam & ad ſequentia perſpiciatur, & huius neque per aliquas parallelos polis ſphæræ in circulatione ſcriptas, ſed per obliquos ipſis continget helicas deſcribere ex vtrorumque ſimul motu ſubcontrario.



Intelligatur autem ſphæra, & in ipſa quidem Meridianus A, B, G, D. poli autem ipſius puncta B D, & ſit maximus parallelorum, quæ polis ſphæræ in circulatione ſcribatur circulus A E G, obliquus autem ad hunc Z E T H. Si vero intelligamus aliquam errantium ſtellarum ad T, vniuerſi latione circa polos B D æqualiter facta, ſiquidem ſtella in T manet, quippè deſcribit circulú parallelum circulo A E G. Quoniam autem in quo ſphæra conuertitur, & ad T ſtella mouetur, & eſt, verbi gratia, ad C, deſcribet vtique lineam ex circulatione, ſicut T L C, & rurſus quouſq; altera circumlatio fiat, motus & factus, vt ad N, deſcribet & aliam lineam, ſicut C M N, erit quæ vocatur helix. In ſtellis autem fixis verius vtique magis eſſet, quod dicitur, eo quod videbant ipſas per circulos parallelos ferri, quod eſſet harũ

pro-

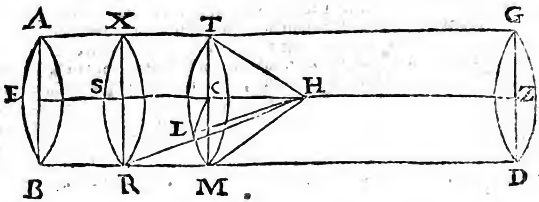
proprius motus breuis,& inſenſibilis omnino. Demonſtrant enim in centum annis vnam particulam proximam ad ſequẽtia motæ per circulos ſimiliter obliquos ad æquinoctialem,& incipientes quidem ſurſum ferri ab imo,& humili,& quaſi ab ipſa terra in ſublime eleuatas paulatim ad altitudinem. Et quidem cum ſint à terra ad cælum interualla,humilem vocauit locum ad Orientem, humilem, non quo ad diſtantiam, ſed quo ad nos, ſiquidem & quod eſt ſupra caput ipſius, vnuſquiſq; vocat ſurſum,quod autem ad pedes deorſum,id,quod eſt ad pedes,eſt id, quod eſt ad horizontem, in quo eſt Oriens. Vade & illud, PAVLATIM eleuatos in altitudinem, addidit, quoniam & ordine ita feruntur ab horizonte, tanquam ad medium cœlum,quod videtur vnicuiq; quaſi ſupra caput,& ſurſum eſſe. POSTEA rurſus ſecundum proportionem ab hoc ad Occidentem, & tanquam deorſum, & ad pedes,quouſque & aſpectibus obſeruantium occultentur.POSTEA rurſus quodam tempore eis occulti manentes, tanquam principium rurſus aliud oriendi accipiebant,& conſequenter ſupra terrã apparendi.Dixit autẽ TANQVAM ex alio principio apparere,ſiue oriri, quia occultatio ipſarum intercidit apparentem ipſarum lationis continuationem. Hæc autem tempora à quibus manifeſta fiebant, & occulta,& inſuper loca,ex quibus & oriebantur, & occidebant ordinatè, & ſimiliter viciſſitudines accipientia. Tempora aquarijs vaſculis metiebantur,& eadem ſingulis diebus ex calculis deprehendebant, cum ſupra terram latio, & eiuſdem ſub terra in fixis ſtellis vtriuſq; lationis ſupra terrã trecẽtis ſexaginta tẽporibus colligerentur.Loca autẽ in horizõte Orientali,& Occidentali, & inſuper ea,quæ in Meridionali eadem rurſus manentia ad ſenſum deprehendebantur. Non itidem autem in Sole,& Luna, & quinque erraticis eadem tempora,& loca deprehendebantur,ſed ordine quodam iuxta viciſſitudines reſpondentia. Maxime autem ipſos ad ſphæricam intelligentiam ducebat ſemper apparentium aſtrorum circumlatio circularis apparens & circa vnum,& idem centrum ſeſe circumuoluens. Videbant enim ſtellas quaſdam circa polum borealem, neque oriri,neque occidere, ſed ſemper ſupra terram apparere, & ex circulatione circulos deſcribere, ex quibus maxime intelligebant ſphæricum eſſe motum,eo quod ipſarum aliquæ minores circulos deſcriberent, aliæ maiores, & apparerent ea quidem, quæ maiorem circulum deſcriberet, & circulatione quaſi attingere circumferentiam horizontis,& complectentem,circulo ſub ſe deſcripto omnia aſtra ſemper apparentia.Deſcripto autem minimo circulo ab aliqua ſtella, quaſi medium aliquod punctum immobile,hoc autem fiebat tanquam centrum ex circulis deſcriptis à circulatione ſemper apparentium ſtellarum. Centrum autem dixit, non verò polum, quaſi communi,& manifeſtiori intelligentia vtens. Neceſſe igitur erat putare hoc punctum in polo ſphæræ,conſequens enim erat igitur etiam dicere ſphæram,cum ipſi quidem magis appropinquant,ſecundum minores circulos latos,quibuſdam verò procul ad diſtantiæ proportionem maiores circulos in circumſcriptione facient, & propterea ſphæricam figuram affingant, vſque dum elongatio etiam ad ea,quæ non videntur attingat, quo ad reliquum enim paralleli circuli remotiores à maximo apparentium ſecabantur ab horizonte,& ipſos deſcribentes,ſtellæ oriebantur, & occidebant, & horum quidem proprior maximo ſemper apparentium oriens, & occidens minus tempus ipſis faciebat,inconſpicuus exiſtens,quàm is,qui remotior erat,& reliqui ex proportione quemadmodum quæ ſub terra ſectiones parallelorum circulorum, quæ proprius maximo ſemper apparentium, remotioribus colligere maiores, vel ſimiles eſſe, quod ſphæricæ figuræ demonſtratum eſt congruere,quemadmodum & Theodoſius ſecundo ſphæricorum demõſtrauit. Quod

ſi.

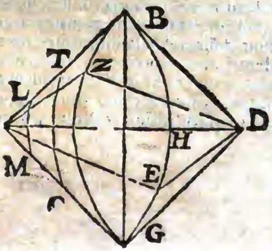
ſi in ſphæra maximus circulus parallelos quoſdam circulos eorum, qui ſunt in ſphæra, non per polos ſecauerit, quemadmodum horizon in inclinationibus parallelos æquinoctiali ex deprehenſis circumferẽtijs maiores, vel ſimiles ſemper, qui propius apparenti polo, quàm qui remotius, ita vt principium quod ſphærica ſit figura vniuerſi ex huiuſmodi imaginationibus ipſi comprehendant. Amplius autem ex magis continua obſeruatione circa cõtemplationem, etiam reliqua omnia, quæ circa motus aſtrorum videntur, comprehendebantur conſona ſphæricæ figuræ. Contraria autem his, qui aliud ſentiebant de hac re. Affert enim. SI QVIS ſuppoſuerit lationem aſtrorum in rectam factam in infinitum ferri, quemadmodum quibuſdam viſum eſt. Hæc opinio Epicurea quidem eſt, manifeſta autem contraria ijs, quæ apparent. Dubitaret enim aliquis inquirens. Quomodo in recta linea, & in infinitum abeuntia aſtra potuerint reuerti, & tanquam ab alio principio, vt diximus, quotidie circumlata videri? Quomodo enim reuertere potuerint aſtra in infinitum mota, aut enim infinitum non omnino percurriſſent, ſiquidem reuertiſſent, aut erat conſentaneum ipſa apparere nobis regredientia? Amplius autem etiam ſecundum Euclidem in Opticis. Vnumquodque eorum quæ videntur, habet aliquam magnitudinem interualli, quo exiſtente, non amplius videbitur. Et rurſus. Aequalibus magnitudinibus, & in eadem recta exiſtentibus, ex maiori diſtantia viſa, minora videntur, ita vt contingat in rectum abeuntibus aſtris, & magnitudines ipſarum, & diſtantias ad inuicem maiores exiſtentes, minora apparere, & ex cõtinua magis elõgatione paulatim magnitudinibus diminutis, inuiſibilia ipſa nobis conſtitui. ex propria vniuſcuiuſque diſtantia, cui contrarium videmus contingere ex apparentijs. Vnde enim videntur ſecundum ipſos ex maiori diſtantia inuiſibilia fieri, illinc magis magnitudines maiores ipſorum videmus, & impropriè, quæ recta ſit lationi latentia. Magnitudines enim in rectum abeuntes, paulatim, ſicut diximus, videmus oculis diminui, vſque dum omnino occulteutur, & non per partes breui tempore recidi, & occultari, quæ videmus in occultationibus, vel in occaſibus aſtrorum, vt ex obice ſuperficiei terræ ſecundum partem ipſa obſcura fiant. AT QVI. & raccendi ipſa à terra, & rurſus in ipſam extingui abſurdiſſimum videretur omnino. Amplius autem accendi & extingui aſtra ſecundum Heraclitum, abſurdum eſſet omnino; vt enim concedamus talem ipſis ordinem immutabilem & magnitudinum & quantitatis, hoc eſt & multitudinis, etiam quæ in figuris manifeſtiora ſunt. Amplius autem & diſtantiarum, & figurationum, quas habent adinuicem, & locorum, ſupra quæ exoriuntur, & meridionales fiant, & occidunt, & temporum, quæ faciunt ſuper terram, & ſub terra manentes, & præorientium, vel in medio cœli exiſtentium, & præoccidentium, quæ adinuicem faciunt, ſic ſimpliciter, & caſu perfeci, & concederemus ipſis dicere partes quidem orientales accẽdendi vim habere, partes verò occidentales extinguendi, colligitur, intelligentibus nobis, quæ ſunt ad Antipodes eundem locum terræ habere vim accẽdendi, & extinguendi: orientes enim nobis, ſunt illis occidentes, & illorum occaſus, ortus noſtri. Ac præterea continget ſtellas his quidem iam accenſas eſſe, vel extinctas, his verò non: quæ enim oriuntur apud magis orientales, non alio dum apud magis occidentales oriuntur, ſimiliter & quæ occidunt magis orientalibus, magis occidentalibus ſuper terram ſunt. Si quis igitur omnia concederet ipſis, cum ſint ita ridiculoſa, & efficaciter eorum opinioni pugnantia, quid de ſemper apparentibus aſtris dicere poſſent neque orientibus, neque occidentibus? vel qualem ob cauſam in rectæ ſpheræ habitationibus hæc & accenduntur, & extinguantur, hoc eſt & oriantur, & occidant? In habitationibus autem ſecun-

dum

teum inclinationem videmus aliqua neque orientia,neque occidentia, ſed ſi ſupra alteram manſerint omnino, cum ſit manifeſtum ex apparentibus eaſdem ſtellas in aliquibus habitationibus oriri,& occidere,hoc eſt accendi ſecundum ipſos, & extingui,in aliquibus autem nunquam, ita vt contingat circa eadem aſtra contraria videlicet,& accendi ipſa,& extingui,& neque accendi,neque extingui. VT ſummatim autem dicam,qualemcunque aliam figuram quis cœleſtium lationis ſupponat,præterquam ſphæricam,inæquales neceſſe eſt fieri diſtantias à terra ad partes rerum ſublimium. Vbicunque autem ipſa, & vtcunque ſubiaceat,ita vt debeant & magnitudines, & diſtãtias adinuicem ſtellarum inæquales videri ſecundum vnamquamque circulationem, vt quæ quandoque à maiori, quandoque verò à minori fiant diſtantia. Et colligens ait. Ad vnum aliquod commune in parte dicere licet,quod quamuis qualemcumque alteram figuram aliquis cœleſtium lationis ſupponat,præter ſphæricam,hoc eſt ferri circa polum & axem (talem enim lationem circularem exiſtentem generalius ſphæricam vocat) inæquales oportet fieri diſtantias à terra ad partes ſublimium. Vbi autem ipſa ſupponeretur, & qualemcunque figuram quis ipſius excogitaret, continget enim alterum præter hoc latione figuram accipiente,ſiue triangularem, ſiue alterius magnitudinis, vel aliud quippiam præter manentes circa polos, & axem, & cum idem eueniat illi lationi, quæ ſecundum recta proprius,& longius aſtra recedentia videntur, quare vt conſequatur, neceſſe eſt, non ſolum magnitudines ipſorum aſtrorum inæquales apparent,vt diximus, ſed etiam diſtantias adinuicem ſecundum vnamquamque circulationem, hoc eſt ſingulis diebus, quemadmodum dixit & Euclides in Opticis. Quod æquales magnitudines,hoc eſt diſtantiæ inæqualiter diſtantes ab oculo,inæquales apparent.Si quis autem dixerit in cylindrica,& conica latione poſſe magnitudines ſtellarum æquales apparere in ſingulis diebus, eo quod & in huiuſmodi lationibus iuxta parallelos in circulos ad ſenſus ſtellarum ferri poſſe, & magnitudines & diſtantias æquales facientes videri. Dicemus & huiuſmodi lationes ſphæricas eſſe,eo quod & ipſæ circa polos manẽtes & axem latæ tale perficiant. Et quoniam plures ſunt figuræ ſolidæ,quæ poſſunt ferri circa polos & axem,omnia autem quæ ducunt ſtellas in parallelis circulis (hoc enim eſt proprium lationum circa polos fixos) oſtendemus ex iis,quæ circa erraticas ſtellas apparent, quod non poteſt altera eſſe cœlo figura,præter ſphæricam. Et maxime quod neque cylindrica, neque conica eſſe poteſt figura cœli,quod aliquis magis, tanquam probabilius exiſtimare poſſet. Quod igitur cylindrica non poteſt eſſe cœli figura,hoc modo conſiderare poſſemus.

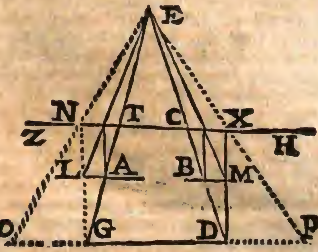


Eſto, ſi poſſibile ſit, vt cylindrus A B G D, & quidem ipſius baſes ſint A B, G D, circuli ad Septentrionem, & Meridiem conuerſi, quod aliqui rurſus, vt probabile exiſtimarent, ſupponi, axis autem E Z, latera autem ipſius ſint A G, B D in ſuperficie per axem factæ ipſi parallelæ, diametri autem baſium A E B, G Z D, ita vt A E G Z parallelogrammum fixa E Z circumlatum faciat cylindrum, & diuidatur axis bifariam ad H, & ſubſiſtente ſuper ipſam terra, ſumatur in ſuperficie cylindri quodcumque ſignum T, & à T ad axem ducatur cathetus T C. Si igitur, axe E Z manente, circumferatur cylindrus circa fixos polos E Z, Videlicet T punctum latum, deſcribet circulum rectum ad axem, cuius centrum erit C, propterea quod C T recta perpendicularis ipſi E Z circumlata eadem manet, & in vno plano fertur, quoniam manent & puncta C T. Sit igitur deſcriptus circulus T L M circa diametrum T M, à terra autem, hoc eſt à puncto H ad circulum concidentes rectæ æquales inuicem erunt; Coniungantur enim H T, H M. Quoniam igitur æqualis eſt T C ipſi C M, communis autem & ad perpendiculum C H, igitur baſis H T, baſi H M æqualis eſt. Producatur H L, & coniugatur C L. Et quoniam C H recta eſt ad T L M circuli planũ, & ad omnes vtique tangentes ipſam rectam, & exiſtentes in T L M circuli plano recta eſt, quare & C L recta eſt. Et quoniam æqualis C T ipſi C L, communis autem & perpendicularis C H, baſis vtique H T, baſi H L, æqualis eſt. Similiter autem demonſtratur, quod & omnes ab H terra ad T L M circuli circumferentiam concurrentes rectæ adinuicem æquales erunt, quare continget magnitudines ſtellarum fixarum æquales apparere, eo quod vt plurimum in eiſdem parallelis ipſæ ad ſenſum ferantur, non autem & in planetis huiuſmodi poſſe tale euenire, cum ſenſibili quadam receſſit ſecundum magis boreales, & magis auſtrales parallelos ipſæ ferantur. Si enim intelligamus & ab X ſimiliter alterũ parallelũ circulũ deſcriptũ circa centrum S, in quo rurſus ſtella feratur, & iungamus X S R diametrum, & H R, manifeſtum eſt quod inæquales erunt à terra ad aſtrũ diſtantiæ, aliquando quidẽ iuxta T L M ipſius paralleli lati, aliquando autẽ iuxta X R, & quod maiora ſint, quæ ab HS, SR, hoc eſt ab H R, quàm quæ ab H M, CM, hoc eſt, ab HM, ita vt H R, quàm H M maiores fiant, & continget inæqualis magnitudinis apparere aſtrum, quod omnino repugnat apparentijs, non igitur cylindrica poteſt eſſe cœli figura. Eadem autem contingent & ſi non ſecundum bifariam ſectionem axis terra ſupponeretur. Quod autem neque conica eſſet, rurſus eadem abſurda contingent circa errantia aſtra, quod & in hoc inæquales fiunt à terra ad cœlum diſtantiæ, licet plura conſona huiuſmodi figura ſeruet apparentijs, ſic intelligere poſſemus.

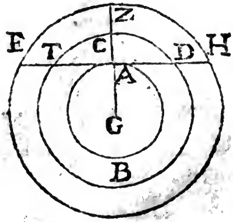


Conſtituantur duo coni orthogonij æquales altitudinis ſupra vnam baſim habentem vertices ad polos (quod aliquis rurſus probabilius exiſtimaret, eo quod etiam duo poli ſunt lationis) A B G, D G B, circa axem A D, baſis autem ipſorum ſit circulus B E G Z, perpendicularis ad A D axem, cuius centrum H, & ſupponatur terra iuxta H, æqualis videlicet B H vtrique A H, H D, eo quod orthogonij & æqualis altitudinis coni ſubijciuntur, vt etiam diſtantiæ ab H à terra ad cælum inuentæ ſint, dico iam quod rectæ ab H centro ad circumferentiam coni ductæ inæquales erunt. Producatur enim H T, ita vt punctum T iuxta bifariam ſectionem ſit A B lateris coni. Et manifeſtum quod quoniam H T cathetus facta ad A B, quoniam & A H ipſi H B æqualis ſupponitur, minima erit omnium ab H ad A B in ſuperficie exiſtente cœli rectarum concurrentium, & prætereà earum, quæ in vtraque ipſius ſemper quæ proprior eſt, remotiore minor eſt. Si igitur intellexerimus ſimiliter ijs, qui in cylindro à punctis T & L ex circumlatione parallelos deſcriptos, ſicut T C, L M. Rurſus diſtantiæ, quæ à terra H ad eandem parallelum æquales erunt, & eædem magnitudine ſtellarum fixarũ in eiſdem parallelis ad ſenſum latis apparebunt. Non amplius autem propter dicta, & ab aſpectu diſtantiæ ad differentes parallelos æquales eſſe par eſt. Ob id etiam ſimiliter rurſus planetæ iuxta magis boreales, & auſtrales parallelos lati inæqualis magnitudinis videbuntur, quod, vt diximus, aduerſatur apparentijs. Continget autem in tali figura circulum quidem in baſibus ſolum maximum eſſe parallelorum, & bifariam diuidere cœlum, quemadmodum & in ſphæra æquinoctialis, & æqualiter diſtantes à maximo parallelorum æquales eſſe, & propinquiorem maximo remotiore maiorem eſſe. quod & in ſphærica figura contingit. Secundum eadem verò oſtendetur, & quod neque aliquam figuram poſſibile eſt cœlum habere, quàm ſolam ſphæricam. Inæquales autem rurſus in omnibus alijs figuris contingit fieri diſtantias à terra ad cœlum, vbicumque autem ipſa, & vt aliquis ſupponeret, æqualiter cum ipſæ fiant, in ſola ſphærica figura, & magnitudines omnium ſtellarum æquales demonſtratarum conſonæ apparentijs. Poſtquam igitur oſtendimus ſphæricam eſſe cæli figuram, & primum quidem, eo quod apparentes ſemper ſtellæ proximè apparenti polo per breuiores circulos ferũtur, quaſdam proprius his orientes, & occidentes minori tempore in occultatione manere, quaſdam verò quæ ſunt longius proportionaliter maiori, quod ſoli dictæ ſphæricæ figuræ congruit. Amplius autem & quod in ſola eiuſmodi figura fiunt ſemper, & ad ſtellarum errantium magnitudines æquales apparent, quod conſonum eſt apparentijs. Videtur autem hoc contrarium eſſe ijs paulo ante ab ipſo dictis, quod maiores nobis videntur ſtellæ in ipſis occultationibus, hoc eſt horizontibus, ne putetur, quod ſicut ex minori quaſi diſtantia viſa ſic apparent, vult hic tale diſcernere, & manifeſtare, quod non iuxta diſtantiã, quæ eſt à terra ad cœlum, & tale contingit, ſed ex facta humidiſſima exhalatione viſus circa terram per hoc in tenebroſiorem aerem incidentis, & concurrentium radiorum ab ipſo in aerem refractionem ſuſcipientium, & maiorem facientium angulum ad oculum: quemadmodũ & Archimedes in libris ſpeculorum demonſtrans, inquit. Quod quemadmodum ea, quæ inijciuntur in aquam maiora videntur, & quanto infra ſubſident, eo maiora.

Sint

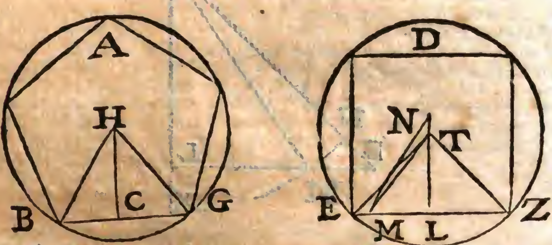


Sint enim in puro aere inæquales magnitudines A B, G D ſub eodem angulo viſæ, ſub eodem G E D, oculi videlicet E, manifeſtum igitur, quod æqualia videbuntur A B, G D, quod ſub eodem angulo videantur. Fiant autem & ſub aqua, ita vt ſuperficies aquæ ſit Z H, & occurrant radij in ſuperficie aquæ E T, E C, & refrangantur ad A B, vt E T A, E C B, quemadmodum Archimedes in Catoptricis, vt diximus. Et quia natura ſit, quod oculus per rectas lineas videat, extramittantur radij E T, E C ad perpendicularem, vt ad L M, & amplius A B ad vtramque in L M, faciet enim vt imaginetur quis A B magnitudinem tantam videri, quanta eſt L M, ſub eodem angulo L E M viſam. Et manifeſtum quod maior videbitur A B magnitndo ſuper aquam facta. Concurrant igitur etiam alij radij, ſicut E N, E X, refracti ad N G, X D, comprehendentes G D magnitudinem, & extramittantur rurſus E N, E X ad perpendiculares E N O, E X P, & etiam G D ad vtramque O E, apparebit rurſus per hæc G D magnitudo ſicut O P videri maior facta. Stellæ igitur A B, G D inæquales exiſtentes, & in puro aere æquales viſæ, in aqua, vel in craſſiori aere inæquales videntur, & quæ inferior maior, quandoquidem ſub æqualibus angulis videntur: contingit autem quamuis ſecundum omnes partes terræ facta exhalatione ad Orientales, & Occidentales maiores magnitudines aſtrorum videri, quod in reliquis ex apparentibus circa ipſam ſphærica ipſa, & medio vniuerſi accepta cõſequatur magis oculis noſtris, extenſo horizontis plano per maiorem humiditatum videri ſtellas. Vt igitur manifeſtum ſit quod dictum eſt.



Intelligatur terræ ſphæra A B, circa centrum G, cœlorum autem E Z H. Amplius autem exhalatio non ſecundum omnes terræ partes ſimiliter facta intelligatur, rurſus figura ſphærica, vt T C D, & per A habitationem producatur horizontis planum, vt faciat cum meridiano communem ſectionem E T A D H rectam, & producatur ipſi ad perpendicularem ab habitatione ad A linea A C Z, & producatur ad G centrum. Manifeſtum igitur, quod æquales ſunt T A, A D inuicem, & amplius vtraque ipſarum maior A C, & ſemper linearum, quæ ſunt C T, proprior A T, veluti horizontis maior longiori. Similiter autem & in C D, quæ propter ipſa A D maior longiori, quare quando ſtella ad E H apparebit, per longe maiorem humiditatem videbitur, quàm quando in remotioribus. & ſuper terram, ob id in horizontibus maiores, vt diximus, magnitudines aſtrorum videntur. Si quis autem dicet, nequaquam ex exhalatione in horizontibus maiores magnitudines videri aſtrorum, ſed lenticularem ſupponens figuram cœli, vt minores quidem diſtantiæ ad Orientem, & Occidentem ſint conuerſæ, maiores autem ad Meridianum, dixerit conſiſtere quidem corpus cœleſte, & ſtellas autem ferri, & propterea in horizontibus maiores magnitudines videri, in meridiano autem minores, falſa ſupponere arguetur, quod in differentibus habitationibus eorundem locorum, his quidem ad Orientem exiſtentium, his verò ad Meridianum cóſequatur oppoſitum oportet, apud aliquos quidem ad Meridianum maiora aſtra videri, ad horizontem verò minora, quod omnino aduerſatur apparentijs. Addit autem ad ſphæricam intelligentiam etiam hæc non poſſe ſecundũ aliam ſuppoſitionem horoſcoporum conſtructiones congruere, quàm hanc ſolam. Conducit autem ad credendum ſphæricum eſſe cœlũ, præter ea, quæ dicta ſunt, etiam hoc, quod Gnomonici his ſuppoſitionibus vtuntur. Quod & cœlum ſphæricum eſt, & terra puncti, & centri rationem habeat ad ſphæram Solis, quamuis non videatur hoc verũ eſſe, eo quod comprehenduntur paralleli Solis, vt in quinto libro demonſtratur. Amplius autem etiam parum procedentes ad aliquem proprium locum, mentionem huius faciemus, tamen ſic vtentes, eo quod ad ſenſus nihil minus hoc conſonum apparentijs deprehenditur, quod ab oculo noſtro ad ſphæram Solis elongationes æquales exiſtat, eo quod in ſphæra maximi circuli deſcripti meridionales, & horizontales, & æquinoctiales, & horum paralleli menſtrui, & diurni, & anguli deſcendentes, & contrariæ vmbræ, & omnia reliqua, quæ in analemmate ſupponuntur

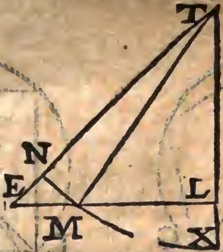
nuntur conſequenter figuræ ſphæricæ conſonæ conſtructiones ex huiuſmodi ſuppoſitionibus horoſçoporum compræhenduntur apparentijs. Et quoniam cum latio cœlorum inter omnes ſit ſine vllo impedimento, & facilior omnium, vt moueatur, & figurarum mobiliſſima eſt planarum quidem circularis, & ſolidarũ ſphærica. Amplius autem & alteram probationem inducit cœlum eſſe ſphæricum, eo quod talis motus mobiliſſimus, & ſine impedimento exiſtat, eſſe autem & in figuris, circularis quidé in planis quàm mobiliſſima, ſphærica verò in ſolidis, eo quod etiam facile trahantur ingentia pondera per trocleas, per vectes, per trocleas multorum orbiculorum, quemadmodum & Philon quoq; ingreſſiones ad circulum induxit, quoniam & in vno puncto, & vna recta huiuſmodi figuræ tangentes planum, & irreptantes ſimiliter, & pari robore ad terminos, vel ad vtraſque partes, vbi iam ſumpſerit principium motus, vlterius irreptio ad eadem trahit motum, vſque quo cauſam principij motus extenuabit. Ob id maxime proprium iam eſſet ſic mobiliſſimo corpori cœleſti mobiliſſimam figuram aſcribi, quare conſequens iam eſſet iudicare cælum ſphæricam habere figuram. EODEM modo quod iſoperimetrarum figurarum differentia, quoniam maiores quidem ſunt, quæ plures habent angulos, planorum quidem circulus ſit, ſolidorum verò ſphæra. Faciemus igitur horum demonſtrationem in compendium ex demonſtratis à Zenodoto in libro de iſoperimetris figuris, qui ſic ait. Quoniam perimetrum habentium ordinatum rectilinearum figurarum, dico autem iſoſcelium, & æquiangulorum, quæ figura plures angulos habet, maior eſt.



Sint autem iſoperimetra æquilatera, & æquiangula A B G, D E Z, & plurium angulorum ſit A B G, dico quod ipſa A B C maior eſt. Accipiantur enim centra deſcriptorum circulorum circa A B G, D E Z multiangula, quæ ſunt H, T. & coniungantur B H, H G, T E, T Z. & amplius ex H, T, ad lineas B G, E Z catheti ducantur HC, TL. Quoniam igitur plurium laterum eſt A B G, quàm DEZ, pluries igitur BG perimetrum ipſius ABG metitur, quàm E Z perimetrum ipſius D E Z, & ſunt æquales perimetri, maior igitur E Z, quàm B G, quare & E L, quàm B C. Ponatur B C æqualis L M, & iungatur T N. Et quoniam, vt eſt E Z recta ad perimetrum multianguli DE Z, ita angulus E T Z ad quatuor rectos, eo quod multiangulum ſit æquilaterum, & æquales capiat de-

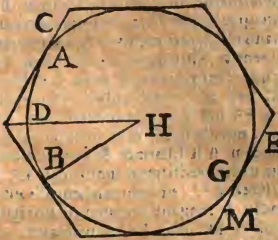
ſcripti

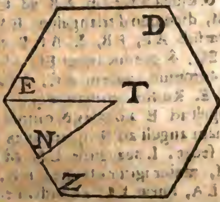
ſcripti circuli circumferentias, & angulos ad centrum eandem habere rationem cum circumferentijs, vt autem ipſius D E Z perimeter, hoc eſt A B G ad perimetrum B G, ſic quatuor recti ad angulum B N G, æqualis ergo vt E Z ad B G, hoc eſt E L ad L M, ſic & angulus E T Z ad B H G, hoc eſt angulus E T Z ad angulum B H C. Et quoniam E T ad L M maiorem rationem habet quàm angulus B T L ad ipſum M T L (ſicut deinceps demonſtrabimus) vt autem F L ad L M, ſic angulus E T L ad angulum B H C, & angulus E T L ad angulum BHC maiorem rationem habet, quàm ad M T L, maior igitur angulus M T L ipſo BHC. Eſt autem etiam perpendicularis maior, quæ ad L perpendiculari, quæ ad C æquali, reliquus igitur angulus H B C maior erit, quàm angulus M T L. Ponatur ipſi angulo H B C æqualis angulus, qui eſt ſub L M N, & producatur L T ad N. Et quoniam æqualis eſt angulus, qui ſub H B C angulo, qui ſub H M L, ſed etiã angulus, qui ad C, angulo: qui ad L, eſt autem latus B C, ipſi L M æquale, æquale igitur & latus H C, lateri H L; maius igitur H C, quàm T L maius igitur illud, quod ſub A B G perimetro, & H C ipſo ſub D E Z perimetro, & T L, & eſt illud quidem ſub ABG perimetro, & H C duplum eſt A B G multi anguli. Quoniam eſt ille, qui ſub B G & H C duplum eſt H C G trianguli, quod autem ſub D E Z perimetri, & T L duplum multianguli D E Z, maius igitur A B G multiangulum ipſo D E Z.



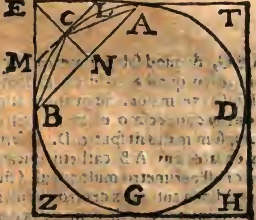
Quod autem E L ad L M maiorem rationem habeat, quàm angulus E T L ad N T L, ſic demonſtrabimus. Exponatur etiam ſeorſum trigonum T E L, & linea TM producta, & centro T, interuallo autem T M, circuli circumferentia deſcribatur NMX, & producatur T L ad X. Quoniam igitur triangulum TEM ad ſectorem T N M proportionem maiorem habet, quàm T L M triangulum ad T M X ſectorem, pari modo igitur componendo TEL triangulum ad TLM maiorem proportionem habet, quàm ſector T M X ad ſectorem T N X, ſed ſicut triangulum quidem ad triangulum, ita E L recta ad rectam L M, & vt autem ſector ad ſectorem, ita angulus E T L ad angulum M T L, recta igitur E L ad rectam L M maiorem proportionem habet, quàm angulus E T L ad angulum M T L, hoc demonſtrato, dico, quod ſi circulus ſit iſoperimetrus rectilineo æquilatero, & æquiangulo maior erit circulus.

Cir-



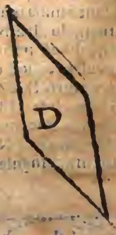


Circulus enim A B G iſoperimeter ſit æquilatero,& æquiangulo D E Z, dico quod maior eſt circulus. Accipiatur quidem centrum H circuli A B G. circuli autem circa multiangulum D E Z deſcripti centrum D, & deſcribatur circa circulum A B G multi angulum ſimile D E Z, C L M, & coniugatur H B, & cathetus à T ad E Z ducatur T N, & coniungantur H L, T E. Quoniam igitur perimetrus multianguli C L M, maior eſt perimetro circuli A B G, vt in libro de ſphæra, & cylindro Archimedes ſumit, æqualis autem perimetrus A B G circuli perimetro multianguli D E Z, maior igitur perimetrus multianguli C L M perimetro multianguli D E Z, & ſunt ſimilia multiangula. Maior igitur B L ipſa N E, ſimile triangulum H L B triangulo T E N, quoniam & tota multiangula. Maior igitur H B ipſa T N, & æqualis eſt perimetro circuli A B G perimetro multianguli D E Z, igitur multiangulum, quod eſt ſub perimetro A B G circuli & H B maius eſt illo, quod ſub perimetro D E Z multianguli,& T N, ſed duplũ quidem eſt ſub perimetro A B G circuli & HB areæ circuli,& Archimedes demonſtrauit, cuius demonſtrationem deinceps exponemus: duplum enim eſt, quod ſub perimetro D E Z multianguli, & T N duplum eſt multianguli T E Z, maior igitur A B G circulus, quam multiangulum D E Z.



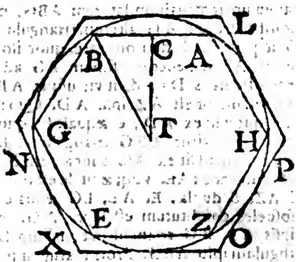
Quod

Quod autem quod ſub perimetro & ex centro duplum eſt circuli, ſic demonſtrat. Sit primum circulus A B G D, & deſcribatur circa ipſum quadratum E Z H T, & diuiſa bifariam A B ad C, ducatur per ipſum linea contingens circulũ L C M, dico quod triangulum E M L, maius eſt, quàm medium figuræ circumſcriptæ ſub A E, E B, & A C B circumferentiæ. Coniugantur enim lineæ AB, CB, EC, & producantur EC ad N. Et quoniam æqualis eſt linea A E lineæ EB, communis autem E C, & baſis A C baſi BC æqualis, anguli igitur æquales ad E. Rurſus quoniam æqualis eſt linea EA ipſi EB, communis autem EN, & anguli ad E æquales, & omnia omnibus, æqualis igitur A N linea, lineæ NB, & etiam anguli ad N, quare linea E N, lineam A B bifariam & perpendiculariter ſecat. Linea igitur C N ad centrum cadet, recti igitur ſunt anguli E C L, ECM, maior igitur eſt linea E L, quàm linea L C. Et quoniam æqualis eſt linea L A, lineæ L C ex eodem enim puncto L tangunt circulum, maior igitur EL linea, & etiam L A, quare & triangulum EC ipſo L C A maius eſt. Eodem modo & triangulum E C M maius eſt C B M triangulo, totum igitur LEM triangulum maius eſt vtroq; triangulo A L C, & C B M, multo igitur maius eſt triangulum LEM portionibus contentis ſub AL, LC, CM, MB rectis, & AC, CB circumferentijs, quare triangulum EML maius eſt quàm dimidium contentæ figuræ ſub rectis A E, E B, circumferentia A C B. Hoc præſuppoſito deinceps eſſet propoſitum demonſtrare, quod ſub perimetro circuli, & lineæ ex centro duplum eſt eiuſdem circuli.

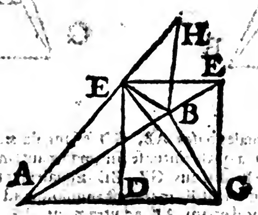


Eſto enim circulus A B G, & quod ſub perimetro circuli, & lineæ ex centro dimidium ſit D ſpatium, dico quod æquale eſt D ſpatium circulo A B G. Si enim non, ſiue minus eſt ipſo, vel maius. Sit primum minus. Poſſibile igitur eſt ex conſequenti inductione in duodecimo elementorum deſcribere intra circulũ ABG multiangulum, vt ipſum maius ſit ſpatio. D. Inſcribatur, & ſit ABGEZH, & à centro T ad vnum ex lateribus A B cathetus ducatur T C. Quoniam igitur perimeter circuli maior eſt perimetro multianguli (ſiquidem & quælibet circumferentia recta ſub ipſa) linea autem ex centro circuli maior eſt T C catheto, maius igitur quod eſt ſub perimetro circuli, & lineæ ex centro ipſius multianguli, quod ſub perimetro & ipſa T C, & amplius quod eſt ſub perimetro circuli, & ex centro ipſius duplum eſt ſpatio D, quod enim ſub perimetro

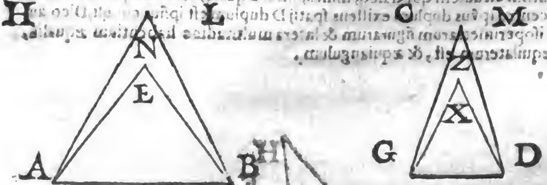
mnlti-



multianguli & T C duplum multiangulo, quare & dimidia maius, igitur D ſpatium A B G E Z H multiangulo, atqui & minus, quod eſt impoſſibile, non igitur D ſpatium maius eſt A B G circulo. Dico quod neq; minus. Si enim poſſibile ſit, maius D ſit ſpatium circulo A B G, poſſibile igitur eſt ex conſequentia inductionis theorematis à nobis propoſiti deſcribentes circa circulum multiangulum, & ſecantes bifariam aſſumptas circumferentias, & auferentes à ſectionibus maiora vel dimidia deſcribere circa circulum multiangulum, vt minus ipſum ſit ſpatio D, derelictis intra circulum à ſectionibus minoribus exceſſus, quem excedit D ſpatium circuli A B G. circumſcribatur, & ſit L M N O X P, & iungatur TB. Et quoniam perimeter circumſcripti multianguli maior eſt circuli perimetro, quod igitur ſub perimetro multianguli & T B maius eſt quod ſub perimetro circuli, & ipſa T B, quare & dimidia, igitur multiangulum maius eſt ſpatio D, atqui minus, quod eſt abſurdum, non igitur D ſpatium maius eſt circulo A B G. Demonſtratum eſt autem quod neq; minus, igitur æquale; quare ſub perimetro circuli, & ex centro ipſius duplum exiſtens ſpatij D duplum eſt ipſius circuli, Dico autem quod iſoperimetrarum figurarum & latera multitudine habentium æqualiũ, maximè æquilaterum eſt, & æquiangulum.



Sit enim primum triangulum inæqualium laterum ABG, maius habens latus AB ipſo EG, & liceat conſtruere ſub AG alterum triangulum iſoſcelem, vt vtrũq; latus, vtriq; AB, BG æquale ſit, & demonſtrare, quod iſoſceles maius eſt triangulo inæqualium laterum ABG. Secetur bifariam AG ad D, & erigatur à puncto D ad AG perpendicularis DE, & ſit vtriuſque AB, BG dimidia AZ. Manifeſtum igitur eſt quod maior eſt AZ ipſa AD. Quo igitur maius eſt ipſum, quod ſit ex AZ, ipſo, quod ſit ex AD, ei æquale ſit, quod ſit ex DE, & iungantur EA, EG, iſoſceles eſt igitur AEG triangulum. Et quoniam quæ ſit ex AD, DE æqualia ſunt ipſi, quod ſit ex AE. Sunt autem & quæ ex AZ æqualia, ſubijcitur enim huic & quod ſit ex AE, vtiq; æquale eſt quod ſit ex AZ, quare & AE æqualis eſt ipſi AZ, & dupla. Et AE, EG æquales ſunt ipſis AB, BG, Igitur triangulum iſoſceles conſtitutum eſt ſupra AG. ipſum AEG æquales habens AE, EG, ipſis AB, BG trianguli inæqualium laterum, dico quod & maius eſt AEG triangulum ipſo ABG. Protrahatur enim AE ad punctum H, & collocetur ipſi EG æqualis EH, & coniungantur EB HB. Quoniam igitur HB & BA maiores ſunt ipſa HA, hoc eſt lineis AE, EG, hoc eſt ipſis AB, BG, communi ablata AB, reliqua BH maior eſt reliqua BG. Et quoniã HE ipſi EG æqualis eſt, & communis EB, & baſis HB maior eſt baſi BG, angulus igitur HEB eſt maior angulo BEG, quare angulus HEB maior eſt angulo HEG, vel dimidius. Eſt autem & angulus AGE eiuſdem dimidius, cum ſit extra triangulum AGE iſoſceles, maior igitur angulus HEB angulo AGE, collocetur ipſi æqualis angulus HET, parallelus igitur eſt ET ipſi AG. Producatur AB, & coincidat ipſi ET ad T, & coniugatur TG, æquale eſt AEG triangulum triangulo ATG, ſed ATG maius eſt ipſo ABG, & AEG igitur maius eſt ipſo ABG.



Sint rurſus ſuper inæquales baſes AB, GD triangula æquicrura AEB, GZD, vt AE, EB, & GZ, ZD æquales inter ſe ſint, maior autem ſit baſis AB, ipſa GD. Et quoniam duo AE, EB, duabus GZ, ZD æquales ſunt, ſed & baſis AB baſi GD maior eſt, angulus igitur ad E, maior eſt angulo, qui ad Z eſt, quare diſſimilia erunt triangula, vel quod etiam AB ad vtramque AE, EB maiorem proportionem habet, quàm GD ad vtramq; GZ, ZD, oportet igitur ſupra AB, GD,

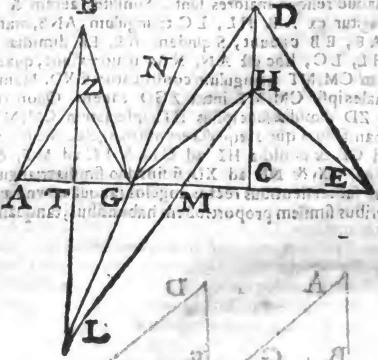
ſimilia

ſimilia triangula æquicrura conſtituere, vt quatuor latera ſimul æqualia ſint quatuor lateribus AE, EB, GZ, ZD. Exponatur enim HT recta, quæ ſit æqualis AE, EB, GZ, ZD, & ſecetur ad C, vt ſit ſicut AB, ad GD, ſic HC, ad CT, maior autem AB, quàm GD, maior igitur & HC, ipſa CT. Diuidatur autem vtraque HC, CT bifariam ad L, M. Et quoniam maior eſt HT vtriſq; AB, GD, quia & AE, EB, GZ, ZD, & eſt vt AB ad GD, ſic HC, ad TC, maior igitur & HC quàm AB, CT autem ipſa GD, & diuiſa eſt vtraque harum HC, HT bifariam ad L, M puncta, ipſarum igitur HB, HL, LC duæ qualeſcunque reliqua maiores ſunt. Similiter autem & GD, CM, MT. Conſtituatur igitur ex AB, HL, LC triangulum ANB, manifeſtum eſt enim quod extra AE, EB cadunt, Siquidem AE, EB dimidiæ ſunt ipſius HT, ipſæ autem HL, LC, hoc eſt AN, NB, maiores ſunt, quàm dimidia HT, Ex GD autem CM, MT triangulum conſtituatur GXD. Manifeſtum enim rurſus, quod æquales ipſis CM, MT intra ZGD cadent. Quoniam rurſus ipſæ quidem GZ, & ZD dimidiæ ſunt ipſius HT, ipſæ autem CM, MT minores, quàm dimidia, & manifeſtum quod æqualia erunt triangula. Siquidem eſt vt AB, ad GD, HC ad CT, & dimidia HL ad CM, & LC ad MT, & æquales conſtitutæ, & AN ad GX, & NB ad XD, ſi ſint duo ſimilia triangula æqualia orthogonia, quod à ſubtendentibus rectos angulos tanquã ab vno æquale eſt eis, quæ à reliquis lateribus ſimilem proportionem habentibus, tanquam ab vno ad duos.



Sint duo æqualia rectangula triangula ABG, DEZ habentia angulos rectos ad B, E, & æqualem, qui eſt ad A, ei, qui ad D, & ipſum quidem, qui eſt ad G, ei, qui eſt ad Z, dico quod rectangulum, quod ſit ex AG, DZ tamquam ab vno æquale eſt ei, quod ſit ex AB, DE, tamquam ab vno, & ei, quod ſit ex BG, EZ tanquam ab vno. Producatur enim DE in H, & ponatur ipſi AB æqualis EH, & per H, ipſi EZ ducatur parallelus HT, & concurrat cum ipſa DZ, protracta ad T, per Z autem ipſi EH parallelus ducatur ZC, parallelogrammum igitur eſt EC. Et quoniam æqualis eſt angulus CZT ei, qui eſt ad D, hoc eſt ipſi, qui eſt ad A, ſed etiam recti, qui ſunt ad B, C, & eſt AB, æqualis ipſi ZC, quia etiam ipſi EH, æquale igitur eſt & ſimile ABG triangulo triangulum ZCT. Et quoniam quod ſit ex TD æquale eſt iis, quæ ſiunt ex DN, HT, & eſt hoc quidem quod ex DT ipſum, quod ſit ab AG, DZ tanquam ab vno, æqualis enim

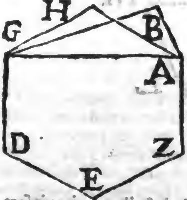
AG, ipſi ZT, quod autem eſt ex DH ipſum, quod ex AZDE, tanquam ab vno, æqualis enim BG ipſi CT, HC autem ipſi EZ. Quod igitur ex AG, DZ tanquam ab vno æquale eſt ei, quod fit ex AB, DE, tanquam ab vno, & amplius ei, quod eſt ex BG, EZ tanquam ab vno. Quæ ſunt ſupra inæquales baſes ſimilia æquicrura triangula ſimul vtraque maiora ſint ijs, quæ ſunt in eiſdem baſibus, vtriſq; equicruribus triangulis inæqualibus quidem inter ſe, & ſimilibus iſoperimetris autem ipſis.

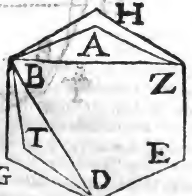


Sint ſuper inæquales baſes AG, GE æqualia æquicrura triangula AZG, GDE, & ſupra eaſdem baſes, ſed ſint æquicrura ABG, GHE iſoperimetra quidem ipſis AZG, GDE, diſſimilia autem, dico quod AZG, GDE vtraq; vtriſq; ABG, ZHE maiora ſunt. Ponatur enim vt ſupra rectam ſit AG, ipſi GE, & maiorem GB ipſa AG, & coniungantur BZ, DH, & protrahantur ad baſes, ſecant igitur ipſas, bifariam etiam ad perpendiculum, quod æquicrura ſint triangula, ſecentur ad TC puncta, & producatur BT, & ponatur ipſi TL æqualis, & coniugatur ZG, erit æqualis angulus BGT angulo LGT, quod æqualis ſit BT, ipſi TL, & ad perpendiculares BL, ipſi TG, ſed angulus BGT maior eſt angulo DGC, Et quoniam angulus, qui eſt ſub ZAG, hoc eſt angulus ZGT æqualis eſt angulo DGE propter ſimilitudinem angulorum ZAG, DGE, & angulus LGT, igitur maior eſt angulo DGC, & multo etiam maior angulo HGC, & iccirco LH coniuncta diuidet GC à recta LN, extra GH cadentem, cum ad verticem anguli TGL, CGN æquales ſint, non enim ipſam CE ſecabit, ne AC protractam ſecet, & ad aliud punctum H. Diuidat igitur, vt diximus, LH ipſum GC ad M. Quoniam igitur AB, BG, GH, GE ipſis AZ, ZG, GD, DE, æquales ſunt, ſubiacent enim iſoperimetri & dimidiæ ipſæ BG, GH, hoc eſt ipſæ LG, GH ipſis dimidiis ZG, GD æquales ſunt, ipſæ autem LG, GH maiores ſunt ipſa LH, & ipſæ ZG, GD, igitur ipſa LH maiores ſunt, & quod fit ex vtriſq; igitur ZG, GD tanquam ab vno maius eſt illo, quod fit ab LH; ſed ei quod fit ex vtriſq; ZG, GD tanquam ex

vno

vno æqualia ſunt, quæ fiunt ex ſimul vtriſque ZT, DC tanquam ex vno, cum iis, quæ fiunt ex ſimul vtriſq; TG, GC tanquam ab vno propter ſimilitudinem triangulorum rectangulorum TZG, GDC, vt in ſuperiori capite oſtenſum eſt. Huic autem quod fit ex LH, eſt æquale illi, quod fit ex vtriſq; ſimul HC, LT tanquam ab vno, ideſt illi, quod fit ab ipſa HC, BT tanquam ab vno ſimul cum eo, quod fit ex ſimul vtriſque CM, MT, tanquam ab vno, hoc eſt, cum eo, quod fit ex CT, ob illud quod ante dictum eſt rurſus. Quod igitur ſimul vtrumque fit ab ipſa DC, ZT tanquam vna, cum illo quod fit ex CT, maius eſt eo, quod fit ex ſimul vtriſq; HC, BT, tanquam ab vno, cum eo, quod fit ex TC, & communi ablato quod fit ex TC, reliquum igitur quod fit ab vtroque ZT, DC tanquam vno, maius eſt eo, quod fit ab vtriſque BT, HC, tanquam ex vna, & longitudine igitur maior eſt ZT, DC, quàm BT, HC, communes auferantur ZT, HC, reliqua igitur DN, maior eſt, quàm ZB. Et quoniam maior eſt GE, quàm AG, & dimidiæ, maior igitur CG, quàm GT, & ipſo, quod fit ex DH, CG. dimidium eſt triangulũ DHG, eius autem, quod fit ex BZ, TG, dimidiũ eſt triangulũ BCG. maius vtiq; DHG triangulũ triangulo BZG. Eodem modo etiã DHE triangulũ maius eſt triangulo BZA. & totum igitur GDHE curuiangulum maius eſt curuiangulo EAZG, communia apponantur triangula AZG, GHE, quare vtrumque AZG, DGE triangula maiora ſunt vtriſq; triangulis HGE, ABG.

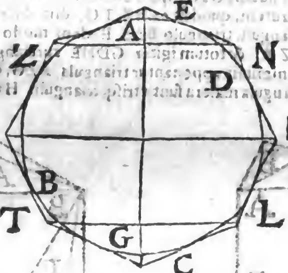




Iſoperimetrarum triangularium figurarũ, & multitudinẽ æqualiũ laterũ habentiũ, quæ maxima eſt; etiam æquilatera, & æquiãgula. Sit.n. maxima dictarũ figurarũ ABGDEZ; dico qđ æquilatera eſt æquiangula. Et primũ qđ æquilatera. Si.n. nõ, ſed ſit inæqualis AB; ipſi BG, & iungatur AG, & cõſtituatur ſuper AG triangulum æquicrurum AHG, æquales habens vtraſq; AH, HG, vtriſq; AB, BG, maius igitur AHG triangulum triangulo ABG, & communis addito pentagono laterum AGDEZ, erit AHDEZ exagonum maius ABGDEZ maximo, quod eſt abſurdum. Non igitur inæqualis eſt AB, ipſi BG, Similiter demonſtrabimus quod neque aliqua alia cuidam alicui. Aequilaterum igitur exagonum eſt ABGDEZ. Dico quod æquiangulum. Non enim, ſed ſi poſſibile eſt, maior ſit B angulo angulus qui ad A. vt ſe habet in ſequenti deſcriptione, & coniungantur ZB, BD triangula, igitur ZAB, BGD æquicrura triangula ſunt, vt ante demonſtratum eſt, maior igitur ZB ipſa BD, eo quod angulus ad A maior ſit angulo ad G. Conſtituantur ſupra ZB. BD æquicrura triangula, vt ante demonſtratum eſt, ZHB, BTD, vtraſq; ZHB BTD, vtriſq; ZAB, BGD, æquales habentia.

Maio-

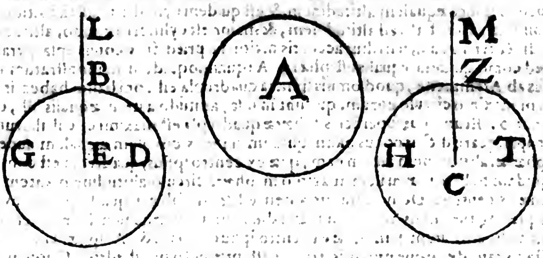
Maiora igitur ſunt ZHB, BTD ipſis ZAB, BGD, demonſtratum eſt enim & communi additio ZB, DE quadrilatero, erit ZHBTDE maius ipſo ABGDEZ maximo, quod eſt abſurdum, non igitur inæqualis eſt angulus ad A ipſi ad B. Similiter demonſtrabimus, quod neq; alicui cuipiam, æquiangulum igitur eſt ABGDEZ, Demonſtratum autem & æquilaterum: iſoperimetrarum igitur rectarum linearum figurarum, & latera numero æqualia habentium, quod maximum eſt æquilaterum eſt, & æquiangulum; æquilatero autem & æquiangulo maior oſtenſus eſt circulus iſoperimeter ipſi. Omnibus igitur iſoperimetris figurarum planarum maior circulus. Dico igitur quod ſphæra etiam maior eſt omnibus figuris ſolidis æqualem ſuperficiem habentibus, vtens Archimedis demonſtrationibus in libro De ſphæra & cylindro.



Sit enim in ſphæra maximus circulus ABGD, & deſcribatur circa ipſam multilaterum, æquilaterum, & æquiangulum, cuius laterum multitudo numeretur ſub quaternario numero, & ſit EZHTCLMN, & producatur EC per centrum, ſi igitur manente EC ſuperficies circumacta, in qua multiangulum, & circulus ad idem rurſus conuertatur vnde cœperit moueri, circumferentia quidem circuli per ſuperficiem ſphæræ feratur, latera autem multianguli per conicas ſuperficies. Quoniam HZ, MN, productæ & concurrentes triangulum faciunt cum ipſa HM coniuncta, quemadmodum & ZE, EN cum ZN, ſimiliter autem & HT, ML cum HM coniuncta, quemadmodum & TC, LC cum TL coniuncta, vel ſecundum quoſdam alios dicta latera ferentur, quando multitudo dictorum laterum non metiatur ſub quaternario numero, & erit ſolidorum figura contenta à conicis ſuperficiebus, vel aliis quibuſdam, & maior erit ſuperficies ipſius, quàm ſuperficies ſphæræ. Demonſtratum eſt enim ab ipſo etiam hoc: Hoc demonſtrato dico, quod etiam ſphæra, quæ æqualem ſuperficiem habet, ſolido, quæ ſub conicis ſuperficiebus continetur, vel etiam aliis quibuſdam maior eſt ipſo ſolido Sit enim ſphæra A, æqualem habens ſuperficiem prædicto ſolido, dico quod maior eſt ſphæra A ipſo ſolido. Quoniam enim maior eſt ſuperficies ſolidi ipſa, quæ

ſub

ſub conicis ſuperficiebus continetur, quàm ſuperficies circumlata ſub ipſa ſphæra, ſuperficies autem ſolidi æqualis eſt ſuperficiei ipſius ſphæræ A, & ſuperficies igitur ſphæræ A maior eſt ſuperficie ſphæræ inſcriptæ in ſolido. Et quoniam demonſtratum eſt ab ipſo, quod omnis ſphæræ ſuperficies quadrupla eſt maximi circuli in ipſa, & quatuor latera, & in prima quidem ſphæra maximus circulus eſt maximo circulo ſphæræ ſcripto in ſolido, quare & ea, quæ ex centro maior eſt ea, quæ ex centro.



Exponatur circulus BGD, æqualis ſuperficiei ipſius ſphæræ A, circa centrum E, & alter circulus ZHT æqualis ſuperficiei ſolidæ contentæ ſub conicis ſuperficiebus circa centrum C, æqualis igitur eſt BGD circulus ipſi ZHT circulo, quoniam & ſuperficies ſuperficiei. Erigatur igitur ab ipſo BGD circulo conus altitudinem habens æqualem ei, quæ ex centro ipſius A ſphæræ EL, à circulo autem ZHT alter conus altitudinem habens ei, quæ ex centro ipſius ſphæræ deſcriptæ in ſolida CM. Maior igitur erit EL altitudo altitudine CM. Et quoniam demonſtratum eſt, quia coni habentes æquales baſes eandem habent proportionem altitudinibus, & ſunt quidem baſes conorum æquales, maior autem EL altitudo altitudine CM, maior igitur & conus BGDL ipſo ZHTM cono. Quoniam & ſphæra A quadrupla eſt coni baſim habentis æqualem maximo circulo eorum, quæ in ipſa, altitudo autem æqualis eſt, quæ ex centro, demonſtratum enim ab ipſo etiam hoc. Eſt autem & BGDL conus quadruplus eiuſdem coni, quod & BGD baſis quadrupla ſit maximi circuli, altitudo autem æqualis, & A igitur ſphæra æqualis eſt cono BGDL. Eſt autem & ſolidum, quod continetur à ſuperficiebus conicis æquale ZHTM cono, eo quod rurſum demonſtratum eſt ab ipſo, quod in deſcripta figura circa ſphæram æqualis eſt conus baſim quidem habens circulum æqualem ſuperficiei figuræ, altitudo autem æqualis ſuperficiei ex centro deſcriptæ ſphæræ in ipſo, quare & A ſphæra maior eſt prædicto ſolido. Similiter quoque apud Platonem, & in quinque multibaſibus ordinatis figuris idem demonſtrabitur. Exponatur enim A ſphæra, & una quædam ex dictis figuris quinque æqualem habens ſuperficiem ſphæræ A, dico quod maior eſt ſphæra polyhedri. Intelligatur enim ad polyhedrum deſcripta ſphæra, maior igitur ſuperficies polyhedri ſuperficie deſcriptæ in ipſo ſphæræ, continet enim ſuperficies polyhedri eum, æqualis ſit ſuperficies ſphæræ A, ſuperficiem

ſphæ-

ſphæræ inſcriptæ in ipſo, quare & ſphæræ ſuperficies A maior eſt ſuperficie ſphæræ inſcriptæ in polyhedro, & quæ igitur ex centro A ſphæræ maior eſt ea, quæ ex centro ſphæræ deſcriptæ in polyedro. Quoniam & ſuperficies A ſphæræ æqualis eſt ſuperficiei polyhedri, conus igitur baſim habens circulum æqualē ſuperficiei A ſphæræ, altitudinem autem ei, quæ ex centro ipſius, maior eſt pyramide baſim habente rectilineum æqualem ſuperficiei polyhedri, altitudinem autem æqualem ei, quæ ex centro deſcriptæ ſphæræ. Quandoquidem igitur omnis conus cylindri tertia pars eſt habentis eandem baſim ipſi, & altitudinem æqualem. Omnis autem pyramis tertia pars eſt ſolidæ figuræ eandem baſim habentis ipſi, & æqualem altitudinem, & eſt quidem cylindrus baſis ad altitudinem, ſolidum autem baſis ad altitudinem, & maior eſt cylindri altitudo, altitudine ſolidi, & tertiis cuiq; partibus acceptis maior fit prædictus conus ipſa pyramide, ſed conus quidem æqualis eſt ſphæræ A: quandoquidem demonſtratum eſt rurſus ab Archimede, quod omnis ſphæra quadrupla eſt coni baſim habentis æqualem maximo circulo eorum, qui ſunt in ipſa, altitudo autem æqualis illi, quæ ex centro. Et amplius ſuperficies ſphæræ quadrupla eſt maximi circuli illorum, qui in ipſa, quare dictus conus baſim quidem habens circulum æqualem ſuperficiei ſphæræ, altitudinem autem eam, quæ ex centro ipſius, quadrupla eſt coni baſim quidem habentis æqualem maximo in ſphæra circulo, altitudinem autem eam, quæ ex centro. Demonſtratum autem eſt & A ſphæra quadrupla ipſius coni, æqualis igitur conus baſim quidem habens circulum æqualem ſuperficiei ſphæræ, altitudinem autem eam, quæ ex centro ipſius, quare & A ſphæra maior eſt dicta pyramide, atque pyramis æqualis eſt, prædicto polyhedro. Quoniam & ab centro deſcriptæ in polyhedro ſphæræ ſuper vtramq; baſim ipſius ad perpendiculum ducta, & multiplicata in ipſam tanta ſolida facit, quanta eſt multitudo continentium polyhedrum planarum figurarum, quæ quædam ſolida compoſita tripla faciunt ſolidum polyhedri, eo quod & vnaquæq; figura pyramidis ad ipſam ex quibus componitur polyhedrum, ſed expoſitæ pyramidis triplum eſt idem ſolidum, quod baſis ipſius æqualis ſit ſuperficiei polyhedri ſingularum baſium pyramidum, ex quibus polyhedrum componitur, altitudo autem æqualis eſt ei, quæ ex centro deſcriptæ ſphæræ, quare & A ſphæra maior eſt ſubiecto polyhedro. VERVM ETIAM & à naturalibus. Aggreditur talem conſiderationem, & inquit, quod cum omnium corporum tenuiſſimarum partium, & maximè ſimilarium ſit cœlum, conſequens iam eſſet rurſus, vt ſimilaris figura ipſi attribuatur. Similaris autem circularis in planis, quod ſub vna linea ſimilis figuræ contineatur, ſphærica autem in ſolidis, eo quod hæc ab vna ſuperficie ſimilis figuræ contineatur, æthere autem non exiſtente plano, ſed ſolido, reliquum eſt ipſum eſſe ſphæricæ figuræ. Vel & ſic. Ether corpus eſt phyſicum ſimilare, omne autem corpus naturale ſimilare ſimilari ſolidæ figuræ figuratum eſt, ſimilari verò figuratum figuræ ſphæricum eſt, æther igitur ſphæricum vtiq; eſſet. Non autem ſolum cœlum vult ſphæricũ eſſe, & circulariter ferri, ſed & omnia ſydera, & inquit, quod NATVRA omnia operans, conſtruens corpora naturaliter terreſtria, & corruptibilia ex circularibus & diſſimilaribus figuris conſtruxit, ſicut caput, collum, brachia, ventrem & alias partes. Quoniam igitur Natura magis circularium figurarum eſt productiua, & terreſtribus, & corruptibilibus inordinatum, & diſſimilem habentibus motum: diſſimilare circularium figurarum tribuit, conſequens igitur eſſet diuinis, & incorruptibilibus, & ordinatum, & æternum habentibus motum ſimilare, circularis figuræ tribuere, quæ eſt ſphærica, quandoquidem cum

plana

plana ſint, vel potius orbiculata plana, vt quibuſdam videtur, quoniam & viſui ſic ſe offerunt, non vtique ijs, qui à diuerſis terræ locis eodem tempore vident, figura ſphærica appareret, vt in Perſpectiuis demonſtratum eſt, quoniam curruũ rotæ aliquando quidem rotundæ, aliquando quidem diſcerptæ videntur, & idcirco inquit, rationi conſonum eſſe, & non dixit neceſſarium, quoniam à phyſicis aggreſſus eſt, & ethæra ipſa circundantem, quæ ſimilis ſunt naturæ ſphæricum eſſe, & propter ſimilarem partem figuræ circulariter ferri, & plane.

PTOLEMAEVS.

Quod & terra ſphærica eſt ad ſenſum ſecundum vniuerſas partes.

CAP. IIII.

QVod autem & terra ſphærica eſt ad ſenſum ſecũdum vniuerſas eius partes ſumpta, ſic præcipuè intelligere poſſumus, Solem enim rurſus & Lunã, & alia aſtra videre licet, non quo ad eaſdem partes omnibus in terra habitantibus orientia & occidentia, ſed primum quidem ad Orientis incolas, poſteà verò qui ad Occidentem: nam ſub eodem tempore eclypſes fieri præcipuè lunares inuenimus, non ijſdem horis, hoc eſt, qui æqualiter diſtant à Meridie ab omnibus deſcriptas, ſed ſemper apud magis Orientales deſcriptas horas, poſterius eſſe ijs, qui ſunt magis Occidentales, & cum differentia reperiantur horarum ex proportione diſtantijs locorum ſphæricam aliquis iurè terræ ſuperficiem arbitraretur, propterea quod ſimilitudo partium capitur ſecundum gibboſitatem per omnes partes, & ex proportione ſemper facit obſcurationes ijs, qui conſequenter ſunt, ſi autem fuiſſet alterius figuræ, hoc vtique non contigeret, vt videre quis poſſet & ex ijs. Concaua etenim ipſa exiſtente, primum iam viderentur aſtra tanquam orientia magis Occidentalibus. In plano autem omnibus ſimul, & in eodem tempore ijs, qui ſunt in terra orirentur, & occiderent. Triangularis, vel quadrangularis, vel aliqua altera figura multiangularum è

E con-

contrario omnibus ſimiliter, & ſecundum idem in eadem recta habitantibus, quod nullo modo fieri apparet. Quod autem neque cylendrica eſſe poſſit, vt circularis quidem ſuperficies ad ortus, & occaſus extenſa ſit, baſium autem planarum latera ad polos mundi, quod quidam, vt credibilius, ſuſpicarētur, illinc manifeſtum, nullum enim aſtrum ſemper eſſet apparens cuipiam ex habitantibus in conuexa ſuperficie, ſed vel omnino & orientur, & occiderent, vel eadem & æqualiter diſtantia ab vtroque polo omnibus ſemper occultarentur. Nunc enim quanto magis ad Septentrionem accedimus, tanto magis plura auſtralium ſydera occultantur: borealium autem apparēt, vt manifeſtum eſt. Quoniam & hic gibboſitas terræ etiam ad obliquas partes obſcurationes iuxta proportionem faciens, vndique figuram ſphæricam demonſtrat. Poſtremo & ſi iuxta montes nauigemus, vel aliquas ſublimes regiones à quouis angulo & ad quemcunque angulum paulatim ipſarum augeri magnitudines videmus, quaſi ex ipſo mari emergerent, cum prius ſubmerſæ fuerint, propter globoſam aquæ ſuperficiem.

THEON.

Quod & terra ſphaerica eſt.

CAP. IIII.

CVm commemoraſſet quod orbiculare ſit cælum, & orbiculariter feratur, deinceps tractat de terra eodem modo à communibus notionibus: deinde & maiori ſtudio euertit opiniones eorum, qui eam circa ſphæricam eſſe arbitrati ſunt. Figura autem terræ orbicularis deprehenditur, primum quidem ex eo, quod magis Orientalibus ſemper prius oriuntur, & occiduntaſtra, magis verò Occidentalibus poſterius, & hoc nunquam contingeret, niſi gibboſitas ſecundum ſuperficiem terræ & proportione ipſis viſui opponatur. Deprehenduntur autem ſydera non ſimul orientia, & occidentia, eo quod eædem eclypſes, & præcipue lunares, in vno aliquo & eodem tempore perficiuntur & ab omnibus ſimul, quibus contingit videri differenter ſecundum horas in vnoquoque horirane ab obſeruantibus deſcriptæ ſunt, & ſemper magis Orientalibus in pluribus, magis verò Occidentalibus in paucioribus, ob gibboſitorem terræ, vt modo diximus, & cum reperiatur differentia horarum ex proportione diſtantijs locorum, proportionalis vtique eſſet etiam gibboſitas ſuperficiei terræ, hoc eſt ſphærica, ea hac de

cauſa

cauſa dixit, PRAECIPVE lunares, quod non remaneat ſecundum huiuſmodi obſeruationes aliqua fallacia de parallelis ex aſpectu quemadmodum in ſolaribus eclypſibus viſu Lunam percipientes, eo quod apparet ipſa obſcurata Soli, oberramus in exacta ipſius epoca, cum terra non amplius puncti rationem habeat, & ad diſtantiam Lunæ, in lunaribus autem eclypſibus nullam fallaciam fieri in epoca ipſius, ex ſtatione ipſa deprehenſa in diametro Solis vt deinceps in proprijs locis demonſtratur. Quod autem ex proportione diſtantiæ locorum differentiæ ſumantur, ſequitur ſphæricam eſſe terram, ita fieri poſſe manifeſtum. Si enim non, erit figura aliqua habens polyhedrum. Demonſtrat enim deinceps neque concaua, neque plana exiſtens, & erit pluribus habitationibus exiſtentibus in lateribus ipſius, videlicet ſuperficie polyhedri vnus horizon per ipſam proiectus, nullam faciens circa horas differentiam, tanquam & ſi planus eſſet, non igitur aliqua erit figurarum polyhedrarum terræ figura. Sphærica igitur, hoc eſt, ſiue cylindrica, ſiue conica, vel ſphærica. Sed demonſtratur deinceps, quod neque cylindrica, neque conica: ſphærica igitur. Dico igitur quod & è conuerſo ſphærica ipſa exiſtente congruæ apparentiis ipſorum locorum diſtantias ex proportione habentibus horarum differentijs, ea quod & in ſola tali figura terræ hoc contingit, cum ipſa mundo concentrica deprehendatur, & etiam magis Orientalibus plures ſunt horæ ab ortu, vel à Meridie eodem tempore, quàm ſunt horæ apud magis Occidentales.

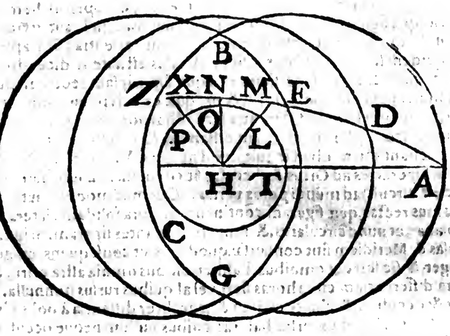


Intelligatur enim primum, vt ſupra, rectam ſphærā æquinoctialis circulus HDT, ſupra quem præcipue accipiuntur horarum tempora, & terra ſphærica exiſtente media totius. Eſto in ipſa maximus circulus in plano æquinoccialis A B G, & centrum amborum circulorum ſit N, & partes orientales quidem H E D, & occidentales O Z T, & per primam habitationem horizon circulus intelligatur circa diametrum D A O rectus ad æquinoctialem, per ſecundam autem habitationem ſimiliter alter horizon circa diametrum E B Z, & etiam per tertiam, qui circa diametrum H E T, & tempus quidem D E horæ meridionalis vnius cum dimidia, horizon verò E H, horæ vero vnius, dico, quod differentiæ horarum ex proportione ſe habent diſtantijs locorum, hoc eſt, eſt vt D E ad E H, ſic AB ad. B G Sumatur enim ſupra Meridianum horizon per D A O ſupra verticem

E 2 ſignum

ſignum. C, manifeſtum enim quod ſupra æquinoctialem cadit, quod recta ſupponatur ſphæra, & coniungantur ab ijs, qui ad verticem in puncta habitationū CA, LB, MG catheti, videlicet factæ ad DO, EZ, HT, & producantur, concurrent igitur ad N centrum, concurrant. Et quoniam æqualis eſt DO recta ipſi EZ, æqualiter enim diſtant à centro, æqualis eſt & DHO circumferentia ei, quæ ELZ, & dimidiæ igitur æqualis DC ipſi EL, & communi ablata CE, reliqua DE reliquæ CL eſt æqualis. Per eadem verò demonſtrabitur & EH æqualis LM, ſed DE eius eſt EH ſeſquialter eſt, & CL igitur ipſius LM ſeſquialtera eſt, quare & angulus CNL ſeſquialter eſt eius, quæ ſub LNM, & AB igitur circumferentia ſeſquialtera eſt BG. Eſt igitur vt HL ad LM, ſic DE ad EH, & quemadmodum igitur DE ad EH, ſic AB ad BG, & ſunt quidem DE, EH differentiæ horarum, quandoquidem ſi Solem ſupponamus ad X, tempus quidem DX, differt à tempore EX, ipſa DE, tempus autem EX à tempore HX. differt EH, diſtantiæ autem AB, BG locorum rurſus differunt iiſdem, quare differentiæ horarum ex proportione ſe habent ad diſtantias locorum. Et manifeſtum quod ſupra ſolam ſphæricam figuram terræ talis demonſtratio progredi poterit, iuxta vnum punctum eorum, qui ſupra terram vnius horizontis proiecti, quoniam & iuxta vnumquemque horizontem ſcilicet ad horas fiunt differentiæ, vel ad ſemper manifeſta, & ſemper non apparentia aſtra, quemadmodum quæ deinceps demonſtrat. Manifeſtum autem, quod ſi eclypſim ſupponamus ad X, plures horas diſtabit, ſicut ad præcedentia C puncti, quod eſt ſupra Meridianum magis occidentalis horizontis, & ſimiliter ipſius L plures quàm M, vel ex ab Oriente plures diſtabit horas, quàm ad D magis orientalis, & ſimiliter quàm ipſius, qui ad E magis occidentalis, & ſimiliter eius, qui ad F, quàm eius, qui eſt ad H, ob hæc igitur inquit, SPHAERICAM aliquis iurè terræ ſuperficiem arbitraretur. Hoc loco ſphæricam vocans gibboſitatem ex proportione, ceu æqualem, non enim iam, et ſphæram ex dictis ſimul colligit, eo quod ſupra conum & cylindrum, quæ dicta ſunt cōtingere poſſint, eo quod demonſtratio ſit facta ex ſola differentia horarum, hoc eſt ex progreſſu ex Oriente ad Occaſum, ob id in ſequentibus oſtendens & ab his, quæ ad Septentrionem & Meridiem, & à quocunque, ſcilicet, tranſitu ex proportione terræ obſcurationes, dicit, vt manifeſtum fiat, quod & hic gibboſitas terræ, & ſupra obliquas partes obſcurationes ex proportione faciens vndequaque figuram ſphæricam demonſtrat, quod reliquum perficit ſphæram, ſphæricam videlicet vocans, vt diximus, ex proportione gibboſitatem, vt cylindricam vel conicam, hoc eſt illarum ab Oriente ad Occaſum, quando iam ſicut in declinationibus etiam ſecundum longitudinem, ob id hic particulam adiunxit, per omnes partes ſphæricam. Rurſus differentias ſuper aliquam æquinoctialis parallelorum aſſequantur ea, quæ ad verticem oportet ſumere ſub ipſas habitationes etiam horarum differentias ex proportione diſtantijs locorum, hoc modo conſtantes.

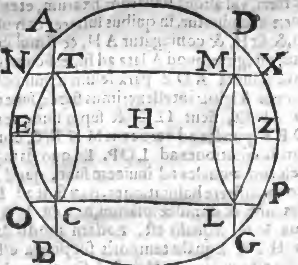
Sit



Sit autem magis Orientalis horizon A B G, huius autem magis Occidentalis D B G, & etiam huius magis Occidentalis E B G, & orientales partes, videlicet propè A D E, & intelligatur per ea, quæ ad verticem parallelus, ſicut A D E Z, ſupra quem Sol contingit ferri, vel aliqua ſtellarum fixarum, etenim à circumlatio nibus fixarũ nocturnæ horæ accipiuntur, in quibus lunares eclypſes ſpectantur, & accipiatur terræ centrum, & ſit H, & coniugatur A H, & ſimul collocetur ſuperficiei terræ ad T, manifeſtum eſt igitur, quod A lata ad ſuperficiem conicam feretur, eo quod manente H, fertur A iuxta A D Z parallelum æquinoctiali, & non eſſe parallelum per centrum terræ, ſi igitur intellexerimus ſuper ſuperficiem terræ parallelum in eodem plano A D E Z, ſicut T L C, & ſuper hunc per ea, quæ ad verticem, hoc eſt ſupra A D E Z puncta ad verticem M N X, & coniungemus H M, H N, H X, erunt ipſarum habitationes ad L O P. Et quoniam portiones ſupra terram eorundem parallelorum æquales ad inuicem ſunt, quod ſupponantur ſecundum ſolam longitudinem differre habitationes, quæ ſunt ad L O P, & eundẽ eſſe curſum, igitur æquales ſunt, & dimidiæ ipſarum, hoc eſt M A, N D, & communi ablata M D, reliqua M N, æqualis eſt. Eodem modo & D E ipſi N X æqualis eſt. Et quoniam H T A æqualis temporis ſuppoſita eſt, & A D Z parallelum, & T O C, ſimilis eſt quidem M N ipſi L O, atque N X ipſi O P, eſt igitur ſicut M N ad N X, ipſa L O, ad O P, æqualis autem N M ipſi A D, & N X ipſi D E, eſt igitur, vt A D ad D E, ita L O ad O P, & ſunt A D quidem D E horarum differentiæ, L O autem & O P locorum diſtantiæ. ſimiliter autem & de reliquis. Quare & vniuerſaliter horarum differentiæ proportionalitatem habent ad locorum diſtantias terræ ſpæricæ & in medio totius exiſtentis. Cum manifeſtaſſet igitur à quibus notionibus, & obſeruationibus, conueniens eſt ſphæricam exiſtimari terram, pertranſit ad efficacius demonſtrandum, contradicens opinionibus exiſtimantiũ circa hanc ipſam eſſe figurã, & inquit, quod CONCAVA etenim ipſa exiſtente, primum iam apparerent aſtra tanquam orientia magis Occidentalibus. Quemadmodum in concauis hemiſpherijs videmus Sole oriente

primo

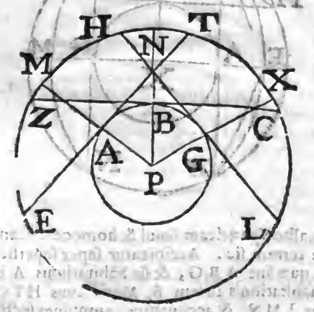
primo ad Occidentem illuſtrata, in plano autem omnibus ſimul, quod vnus ſolus horizon intelligatur per planum ſeparans & inferius, & ſuperius hemiſpherium. Alia autem aliqua figura ſolida exiſtente ipſa, quaſi trianguli, aut pyramidis, vel quadrati, quaſi cubi, vt ſupra planum omnibus ſimul orientia aſtra apparerent habitantibus quidem ſupra idem latus ſolidi. Abuſus eſt autem dicendo ſupra eandem rectam, quod & plana ſuperficies ex æquo ſupra ipſam rectis adiacet, quæ quidem omnia repugnant apparentijs, & ijs, quæ ex eclypſibus ſumuntur. Quoniam igitur, vt oſtendebamus differentia ſecundum horas ab Oriente ad Occaſum ex proportione facta ipſorum locorum diſtantiæ, & videbatur quod cylindricam figuram tribuebant terræ, ob id inquit, quod neque CYLINDRICA eſſet, vt circularis quidem ſuperficies ad Ortus & Occaſus ſit conuerſa, baſium autem planarum latera (hoc eſt circuli) ad mundi polos verſus. Quemadmodum autem in planis latera vocamus rectas, quæ figuram continent, ſit ſupra ſolidam, latera vocauit ſuperficies planas, ut nunc circulares, & ſimul terminantes figuram. Si igitur (inquit) ipſæ ad Vrſas & Meridiem ſint conuerſæ, quod quis, vt conſequens, magis exiſtimaret, continget, & ſic ſcilicet omnibus habitationibus omnia aſtra oriri, & occidere, & nullam differentiam circa horas fieri, vel aliquibus rurſus nonnulla, vt eadem etiam oriri, & occidere, & alia, & eadem & æqualiter diſtantia à polis obſcura ſemper conſtitui, & in aliquibus rurſus habitationibus nullum neque occidere, neque oriri, ſed vbique eadem manifeſta eſſe ipſis ſemper. Vt autem rurſus ob oculos ponamus, quæ dicta ſunt.



Intelligatur ſphæra vniuerſi, poli autem ipſius E Z puncta, centrum autem H, & axis E Z, & ſit circa eandem axem iacens terræ cylindrus T C L M, cuius baſis T C, L M circuli. Si igitur intellexerimus per vnam habitationem ſupra conuexã ſuperficiem protectum horizontis planum, vt N T M X, ſi enim vt ad diſtantiæ proportionem rectam ad ſenſum ſupponant cylindrum, vt ductum per ſuperficiẽ terræ, hoc eſt cylindri horizontem bifariam ſecet ad ſenſum ſphæram cœli, erit NX eadem ipſi E Z, & omnino & orientur & occident ſydera habitantibus in cylindro, horizontis per polos ſphæræ exiſtentes. Si autem magnitudinem ſenſibi-

lem

lem habuerint, manifeſtum quod horizontes ad inæqualia ſemper diuident, quod Cœli eſt & ſuper terram, & quod ſub terra, minus, quod ſupra terram illo, quod ſub terra facientes. Quemadmodum horizon per N X ad inæqualia ſecat ABGD ſphæram, cum H centrum ipſis exiſtat, & omnibus habitantibus ſupra ſuperficiem conuexam ſemper oriuntur, & occidunt, & ea quæ ſunt ſupra N A D X ſectionem ſphæræ, & ipſius O B P G aſtra, ſemper autem obſcura conſtituuntur, & quæ æqualiter diſtant ab vtroque polo, hoc eſt circumlata ſub N O ſectione, & ipſius X P. Si autem per baſes intellexerimus plana proiecta, vt horizontes, vt A T C B, D M L G, habitantibus quidem ſub T C baſim, omnia ſemper aſtra manifeſta fiunt quæ ſuper A N E O B ſectionem, ſemper autem obſcura reliqua omnia. Et manifeſtum quod nulla ſtellarum fixarum neque oriri, neque occidi apparet, communia autem apparentia fiebant & habitantibus ſuper conuexam ſuperficiem, & habitantibus ſuper baſim, ſydera quæ ſunt ſupra A N, O B ſectiones, habitantibus quidem ſupra conuexam ſuperficiem orientia, & occidentia, ijs verò, qui ſupra baſim, neutrum. Similiter autem contingent eadem etiam habitantibus ſupra M L baſim, vt contingant ſupra ſuperficiem conuexam nobis tranſeuntibus, ſcilicet ex Borealibus ad Auſtrales, vel ab Auſtralibus ad Boreales ſemper eadem oriri & occidere, & nihil ſemper manifeſtam neque polorum, neque aſtrorum fieri, cùm nulla pars terræ inclinari poſſit in cylindrica figura, vt horizontes ſecent ipſam, quoniam & per ſuperficiem terram tangentes horizontes intelliguntur, & non ſecantes ipſam. Nunc autem quantum ad Vrſas tranſimus, tantum alia quidē apparent nobis ſemper manifeſta cum polo boreali, alia autem ex proportione abſconduntur ſemper obſcura cum polo auſtrali: vt manifeſtum fiat, quod & hic etiam gibboſitas terræ nō ſolum ab Ortu ad Occaſum ex proportione inumbrationem facit, quod ex differentia horarum accipiebatur, ſed & ab obliquis & à quolibet loco ad quemlibet, quod neque cylindricam, neque conicam, neque alteram quampiam figuram poteſt obſeruare, quàm ſolum ſphæricam. Demonſtratur etenim rurſus & hoc per ſimile Theorema, per quod ex proportione differentijs horarum diſtantias locorum oſtendebamus.



Si enim rurſus intellexerimus à quibuſcunque terræ locis, qui ſunt à Meridie ad Septentrionem, vel etiam obliquarum trium habitationum puncta A B G in vno maximorum circulorum, qui ſunt in toto plano recto ad horizontas per ABG, & ab ipſis ſuper centrum vniuerſi P, contingentes P A, P B, P G, intelligamus planum per ipſas faciens in ſphæra totius maximum circulum E Z H T, & eijciẽtes ſupra ipſam P A M, P B N, P G X ad rectas ipſis ducamus E A T, Z B C, H G L, communes ſectiones factas, & E Z H T circuli, & horizontũ, erant MNX puncta ad verticem. Et quoniam E M T, Z N C circumferentiæ æquales ad inuicem ſunt, æqualia enim quæ ſunt ſupra terram, apparent vbique, ſex quidem ſigna à quacunque ſectione ſupra terram ſemper apparentium, ſex autem reliquorum ſub terra, & communi ablata linea Z T, reliqua E Z, reliquæ T C eſt æqualis. Per eadem igitur & Z H ipſi C L eſt æqualis. Et quoniam A habitationis ſupra terram eſt E H T, ipſius autem C, eſt Z T C, quare tranſitus ab A ad B abſcondet ſydera, quæ ſunt ſuper E Z ſectionem, oſtendet autem quæ ſunt ſuper T C ex proportione in æqualibus ſectionibus exiſtentia. Per eadem igitur tranſitus à B, ad G abſcondet quidem ea, quæ ſunt ſupra Z H. Demonſtrabit autem ex proportione quæ in C L, quoniam & G habitationis ſupra terram eſt H T L, inquit igitur, quod ex apparentibus, nunc autẽ quanto ad Septentrionem tranſimus, tanto, hoc eſt, ex proportione Borealiorum apparent plura, Auſtraliorũ autem abſconduntur. Et manifeſtum, ſicut erit A B, ad B G, ita E Z ad Z H, & vt T C ad C L, & iccirco per ſingula diſtantiarum ſuper terram differentiæ apparentium ex proportione factæ ſequi, vt antea oſtendebamus, neque aliã quampiam eſſe terræ figuram, quàm ſolam ſphæricam ſupra talem ſolam figuram planorum horizontum in ſingulo puncto ipſam tangentibus, & in vnoquoque dictam differentiam conſtituentium in apparentijs.



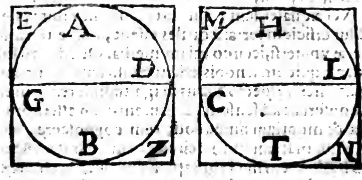
Licet autem etiam, aliter ſphæricam ſimul & homocentricam, ſcilicet, & mediũ vniuerſi demonſtrare terram ſic. Accipiantur ſuper ſuperficiem terræ puncta trium habitationum, quæ ſint A, B, G, & ſit habitationis A in vniuerſi ſphæra, Meridianus D E Z, habitationis autem B, Meridianus H T C, & etiam habitationis G, Meridianus L M N, & accipiantur communes ſectiones horizontum,

& Me-

& Meridianorum DZ, HC, LN, & ad rectas ipſis in planis Meridianorum AE, TB, GM, puncta igitur ETM ad verticem ſunt habitationum, hoc eſt, poli horizontum ſunt, æqualis igitur quæ ex E ad D, ipſi quæ ex E ad Z, & cathetus EA ad DZ, æqualis igitur etiam DA ipſi AZ. Quoniam igitur in circulo recta EA, ipſam DZ bifariam & ad rectas ſecat ſuper EA, igitur eſt centrum ipſius DZ Meridiani, hoc eſt ſphæræ. Per eadem igitur & ſuper vtramque ipſarum BT, GM centrum eſt ſphæræ, extendantur, & concurrant ad X, centrum igitur X eſt ipſius ſphæræ. Et quoniam quæ ſupra terram æqualia apparent vbique, vt ſemper à quouis ſegmento zodiaci ſex ſigna ſupra terram videantur, æqualia eſſent DEZ, HTC, LMN ſegmenta, quare & catheti ab ipſis bipartitis EA, TB, MG æquales ſunt, æquales ſunt autem etiam & XE, XT, XM, ex centro enim ad ſuperficiem ſphæræ, & reliquæ igitur XA, XB, XG æquales ſunt. Similiter demonſtrabimus, quod & omnes à centro ſphæræ ad ſuperficiem terræ æquales eſſent, quare terra ſpærica eſt, & homocentrica ſphæræ vniuerſi, iccirco etiam media. Quod vero ſphærica ſit terra ad ſenſum dictum eſt quidem à nobis, etiam paulo ante, quoniam montes maximas facientes eleuationes, reſpectu totius magnitudinis terræ, immutabilē ipſius ſphæricam figuram conſeruat ad ſenſum. Eſt autem & ab aſſumptis magnitudinibus, & vniuerſæ terræ & montium huiuſmodi rem cognoſcere. Totius enim terræ magnitudo ſecundum maximum eius circulum menſurata. 180000 ſtadiorum, quemadmodum ipſe Ptolemæus in Geographia collegit, Archimedes autem circuli circumferentia ad rectam exterſam demonſtrat triplum diametri, & amplius ſeptima parte maiorem, ita vt ſit vniuerſæ terræ diameter ſtadia 57273. huius enim tripla & ſeptima parte proximè maior circumferentiæ 180000. cathetus verò ab altiſſimis montibus ad infima cadentem oſtēdit Erathoſtenes per dioptram ex diſtantijs menſurantem ſtadiorum decem. Quoniam igitur rurſum demonſtratum eſt ab Archimede quod ſuppoſitum diametrum ex circuli circumferentia ad rectam explicitē contentum orthogonium quadruplum eſt areæ circuli, quod igitur ex diametro & quartæ partis circumferentiæ areæ circuli, quare inuenitur quadratum à diametro ad aream circuli rationem habere quam quatuordecim ad vndecim hoc modo. Quoniam enim circumferentia diametri tripla eſt, & ſeptima parte maior, quorum eſt diameter ſeptem talium. Sit circumferentia 22. quarta pars ipſius $5\frac{1}{2}$ quare, quorum eſt quadratum 49. talium circulus $38\frac{1}{2}$ & propter occurrens $\frac{1}{2}$ duplantes ipſam, habebimus quorum quadratum eſt 98. horum circulum 77. horum autem proportio in minimis numeris eſt 14. ad ij. maxima enim communis menſura ipſorum eſt 7. & metitur 98. per 14. & 77. per ij. Et quia ſicut ſe habet quadratum à diametro circuli ad ipſum circulum, ita cubus ad cylindrum æqualis altitudinis, vt deinceps demonſtrabimus, habebit igitur & cubus ad cylindrum proportionem 14. ad ij. Et quoniam rurſus demonſtratum eſt ab Archimede in libro de ſphæra, & cylindro, quod æqualis altitudinis ſphæræ cylindrus, & habens baſim maximam in ipſa circulum ſeſquialtera eſt ſphæræ & quorū erit cylindrus ij. horum ſphæra $7\frac{1}{3}$ & quorum cubus eſt 14. horum cylindrus ij. & quorū cubus 14. ſphæra $7\frac{1}{3}$ erit igitur ſphæra cubi $7.14\frac{3}{14}$ Et quoniam diametrum terræ demonſtrabamus ſtadiorum 57273. quadratum quod ex

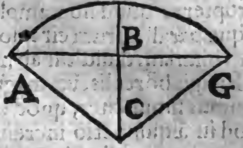
F diame-

diametro ſit 3280196529. cubus autem 1873666958054 17. horum decimaquarta pars 13419019700387. per ſeptem multiplicata 93933347902709. his addo tertiam partem quatuordecimæ, quæ eſt 4473016566796. & fiunt ſimul 98406364469505. tanta igitur eſt ſphærica terræ magnitudo. Eſt autem maximi montis cathetus ſtadiorum decem. Si igitur ad tantam magnitudinem terræ intellexerimus inſurrectionem quandam fieri ſtadiorum decem ob tantum magnitudinis terræ exceſſum, immutabilis ipſius ſphærica figura ad ſenſum permanebit. Dico igitur quod ſicut ſe habet quadratum ex diametro ad ipſum circulum, ita cubus ad cylindrum æqualis altitudinis.



Exponatur enim circulus AB, circa diametrum GD, & deſcribatur ad ipſa GD quadrangulum EZ, & erigatur à quadrangulo quidem cubus, à circulo verò cylindrus æqualis altitudinis, cubo, dico quod ſicut ſe habet EZ quadrangulum ad AB circulum, ita cubus ad cylindrum. Conſtituatur enim circulus æqualis A B, & ſit HT, circa diametrum CL, & quadrangulum circa ipſam MN æquale, ſcilicet ipſi EZ. Quoniam igitur vt ſe habet EZ quadrangulum ad MN, ita AB circulus ad ipſum HT circulum, & ab ipſo EZ quadrangulo, cubus ad cubum, qui ex MN, atq; etiam cylindrus, qui fit ex circulo AB ad cylindrum, qui ex TH. Et viciſſim, vt ſe habet EZ quadrangulum ad AB circulum, ita MN quadrangulum ad HT circulum, atq; etiam cubus ex EZ ad cylindrum ex AB, & cubus ex ipſo N M ad cylindrum ex HT, æqualia autem omnia, quæ in ipſo MN ipſis, qui ſunt in ipſo EZ, ſicut igitur ſe habet EZ quadrangulum ad AB circulum, ita cubus ex EZ ad cylindrum AB. Quodquidem dixit tanquam SECVNDVM omnes partes ſumpta, vult etiam maris ſuperficiem, & ipſius aquæ quieſcentis ſphæricam demonſtrare. Et inquit. QVOD ET SI iuxta montes nauigemus, vel aliquas ſublimes regiones à quocunq; angulo & ad quemcumque, hoc eſt, à quocumque loco ad quemcunque locum paulatim ipſorum magnitudines augeri videntur, quemadmodum ab ipſo mari aſpicientibus videtur, prius autem ſubmerſis ob gibboſitatem ſuperficies aquæ. Licet autem hoc ſine nauigatione ſic cognoſcere. Si enim ſtans quis ſupra aliquod litus aſpexerit trans mare montem, vel nauigium, & inclinans ſe tanquam ad aquæ ſuperficiē, dirigit oculum tanquam aſpiciens, nihil prorſus idem aſpicietur, vel multo minus videbitur ipſo, ſuper quod ipſe aſpiciens ſteterit, quod gibboſitas ſuperficiei maris impedimento ſit viſui. Amplius autem & in nauigando hoc contingere inuenitur, ſæpè enim non aſpicientes neque terram neque nauigiam, & inquirentes aſpicere, aſcendentes ad malum videntur, ſuperantes maris curuitatem impedimento exiſtentem ipſorum oculis, & magis naturaliter intelligentes, magis mathematice demonſtra-

monſtrabimus, quod omni aqua quieſcēte, ſuperficies ſphærica eſſe ſolet. Aquæ naturam habet ab altioribus ad inferiora confluere, altiora autem dico, qua longius abſunt à terræ centro, inferiora autem, quæ propinquius.



Si igitur ſupponamus ſuperficiem aquæ planam, & à centro terræ, veluti ipſius C ad ipſam perpendicularē ducamus, faciendo in ſuperficie maris recta Si ABG, & coniugamus CA, CG, maiores erunt ipſa C B, & vtrumque igitur AG, punctorum longius erit centro terræ C, quàm B: quare altiora erunt AG puncta ipſo B, confluet igitur aqua ab ipſis AG punctis ad B, magis concauum, eouſque, quouſq; & B, replentū æquale diſtet ab ipſo C, vtriuſque AG, & ſimiliter omnia ſigna ſuper aquæ ſuperficiem ab ipſo C, diſtabunt æqualiter, & manifeſtum quod ipſa ſiet ſphærica.

PTOLEMAEVS.

Quod terra eſt in medio cæli.

CAP. V.

Hoc, autē cōſiderato, ſi quis deinceps & de terræ ſitu explicare valuerit, intelligeret vtique ita ſolum apparentias, quæ circa ipſa perficiuntur, ſi in medio cæli, quaſi ſphæræ centrum ſupponeremus, hoc enim ſanè non ita ſe habere, oportebat vel terram eſſe extra axem ab vtroque polo æqualiter diſtantem, aut in ipſo axe exiſtentem ad alterum polorum accedere, vel non eſſe in axe, neque ab alterutro polorum æqualiter diſtare. Ad primā quidem trium poſitionem ea aduerſantur, quod ſi quis ad inferiorem, ſiue ſuperiorem aliquorum acceſſiſſe quis iudicet, hoc

contingeret in recta ſphæra nunquẽ] æquinoctium fieri, cùm inæqualiter ſemper diuidatur ab] horizonte, & quæ ſupra terram, & quæ ſub terra eſt: in obliqua verò vel non contingere rurſum omnino æquinoctium, vel non medio tranſitu & æſtiui & hyemalis ſolſtitij, cum inæquales diſtantiæ locorum neceſſarium fierent: propterea quòd non amplius circulus æquinoctialis, maximuſque parallelorum circulorum deſcriptorum in polis reuolutionis bifariam diuiditur ab horizonte, ſed vnus parallelorum ei, vel magis borealis, vel magis auſtralis.] Cõfeſſum eſt autem ab omnibus ſimpliciter, quòd eæ diſtantiæ æquales ſunt vbique, quod in æquinoctio incrementa maximi diei in æſtiuis ſolſtitijs æquales ſunt diminutionibus minimorum dierum in hyemalibus ſolſtitijs. Si verò ad partes rurſus quorundã Oriẽtis, vel Occidẽtis rurſus receſſio ſupponeretur, etiã hoc contingeret, neque magnitudines, neque diſtantias aſtrorum æquales & eaſdem tum quo ad Orientem, tum quo ad Occidẽtem horizontem apparere, neque tempus ab Oriente vſque ad Medium cæli æquale perfici illi, quod eſt à Medio cæli ad Occaſum, quæ omnino repugnant apparentijs. Ad ſecundam autem poſitionem, per quam in axe exiſtens ad alterum: polorum receſſiſſe intelligetur, ita rurſum aliquis occurreret, quia ſi hoc ita ſe haberet, in ſingulis climatibus, horizontis planum inæquales differenter efficeret ſemper, & quod ſupra terram, & quod infra terram ſecundum aliam, atque aliam receſſionẽ cæli, & ad ſe, & adinuicem, in ſola quidem recta ſphæra, cum bifariam diuidere ipſam horizon poſſit. In obliquatione autẽ faciente propinquiorem polorum, ſemper manifeſtum quod quidem ſupra terram ſemper diminuere, & quod infra augere, quare contingit vt maximus circulus per medium ſignorum in inæquales diuidi ab horizontis plano, quod nullo modo ſic ſe habere animaduertitur, cum ſex ſemper ſigna omnibus videantur ſupra terram ex duodecim partibus, ſex verò reliqua non appareant. Poſtea rurſus cum illa integra eodem tempore appareant ſupra terram, reliqua verò ſimul non appareant, vt manifeſtum fit, quod ſectiones zodiaci bifariam ab horizonte diuidantur, ex eo quod ijdem ſemicirculi integri aliquando quidem ſupra terram, aliquando verò infra deprehendantur,

&

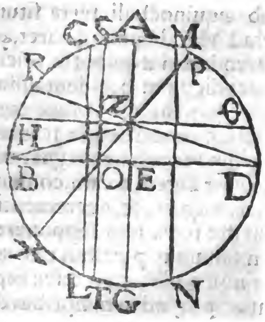
& omnino contingeret, ſi non ſub æquinoctiali terra ſitum haberet, ſed ad Septentrionem, vel ad Meridiem declinaret, ad alterum polorum, non amplius ad ſenſum in æquinotijs orientales gnomouum vmbræ ad perpendiculum occidentalibus fieret in parallelis planis horizontis, quod palam vbique conſequi videtur. Hinc autem manifeſtum, quod neque tertiam poſitionem poſſibile eſt progredi, cum vtræque repugnantiæ in primis in ea contingant. Vt breuiter autem dicam, confunderetur poſtremo ordo, qui in incrementis, & decrementis dierum ac noctium videtur, ſi in medio terra non ſupponeretur. Denique lunares eclypſes iam omnibus partibus cæli ad ſtationem in diametro Soli perfici non poſſe, cum terra ſæpe non in diametrali tranſitu opponatur ipſis, ſed in minoribus diſtantijs ſemicirculi.

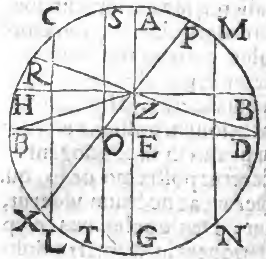
THEON.

Quod terra eſt in medio coeli.

CAP. V.

Figura terræ ſphærica comprehenſa ex dictis, deinceps & de poſitione ipſius terræ tractat, quod aliter non congruerent apparentia nobis circa ipſam, niſi in medio cæli ipſam conſtituamus, tanquam eam centri poſitionem habentem. Poſtea volens demonſtrare, quæ abſurda contingunt, ſi circa medium collocetur, definit tria loca, quæ magis comprehendant quà m alia omnes circa medium, atque inquit. Hoc ENIM non ita ſe habere. Hoc eſt, non exiſtente terra media, vt centrum, oportebat, ſcilicet, axem quidem extra ipſam eſſe; ab vtroque autem polorum æquidiſtare, vel ſupra axem ipſam ab altero polorum receſſiſſe, vel neque ſupra axem eſſe, neque ab altero polorum æquidiſtare; Et manifeſtum, quod præter has poſitiones alias circa medium non licet excogitare. Et ad primam quidem trium, per quam extra exiſtentem æqualiter diſtare ab vtroq; polorum ſupponebatur, proponuntur apparentia hoc modo. Quoniam enim talis poſitio iuxta quatuor modos, quo ad nos intelligitur, poteſt enim cum ſit extra axem, vel ſuperius, vel inferius, vel ad Ortum, vel ad Occaſum ipſius exiſtés, æqualiter diſtare ab vtroque polorum, & ſi quidem ad ſupra vel ad infra aliquarũ habitationum ſupponeretur, ſupra autem, vel infra, vt diximus, vt ad nos dictum eſt, reſpectu enim aliquorum ſupra exiſtens, reſpectu aliorum infra eſt, his vtique contingeret, ſupra rectam ſphæræ nunquam æquinotium fieri, cum diuidatur in partes inæquales ſemper ab ipſo horizonte, tum eius qui eſt ſupra terram, tum eius, qui eſt infra terram.

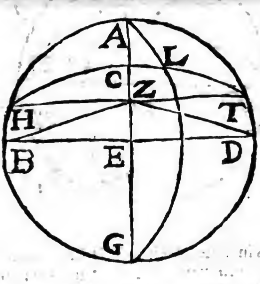




Sit enim Meridianus circulus ABGD, centrum autem ipſius ſit E, axis autem BED, poli autem ſpæræ BD puncta, & ab E centro ſphæræ perpendicularis ducatur ipſi BED axi in eo, qui eſt Meridiani ad Z, vt coniunctis ZB, & ZD æquidiſtent, ſcilicet ab BD polis iuxta ſuppoſitionem. Si igitur ſupra rectam ſphæræ intelligamus horizonta per HZθ parallelum, videlicet facientem ipſam HZθ axi, vt æquinoctialis rectus ſit ad horizonta per ipſam HZT, recta ſuppoſita ſphæra, erit A ſupra æquinoctialem exiſtens, & ad verticem habitationis, & manifeſtum quod horizō in partes inæquales ſecabit ABGD Meridianum circulum, quare & ſphæram, ſcilicet, & æquinocialem, & paralellos eius, & non erunt ſupra rectam ſphæram æquinoctia, quamuis ſingulis diebus æquinoctium illic ſit. Intelligatur igitur ſupra talem poſitionem terræ, & inclinationes ſphæræ, & ſint diametri tropicorum CL, MN, communes autem ſectiones Meridiani, & horizontis, tum XOZP, tum eius quæ eſt RZD, & per O deſcribatur parallelus diametro æquinoctialis STO, manifeſtum igitur rurſus, quod & hic horizontes per XP, & per RD inæqualiter diuidunt ſphæram, eo quod centrum ipſius circa E ſit, & ſupra poſitionem per RD horizontis, non erit iterum ſimiliter æquinoctium, eo quod nulla parallelarum biſariam ſecetur ab ipſo. Supra autem poſitionem per XP erit, quando Sol fertur circa SOT diametrum paralleli, quod ipſa BED ſecet per centrum ad rectas, & biſariam ad O, quare & XP biſariam ST ſecabit, & horizon igitur per ipſam parallelū, quoniam & per centrum ipſius E pertranſit horizontis planum, & faciet æquinoctium ſupra hanc parallelum Sol exiſtens, non amplius autem hæc conſona ſunt apparentijs, cum non fiat, vt dictum eſt, inter ſolſtitium æſtiuum & hyemalē, hoc eſt iuxta maximum parallelorum æquinoctium, cum omnes hoc fateantur diſtantias à tropicis ad æquinoctialem æquales vbique eſſe, quod & diem maximum fieri propè æſtiuum tropicum, tanto augeri æquinoctiali, quanto & minimus dies propè hyemalem tropicum minuitur æquinoctiali, quantum autem minuitur dies ſolſtitij hyenalis tantum augetur nox. Quare cum æqualiter æquinoctium augeatur, ſequitur vt prope aſtiuum tropicum maxima dies ſit, & nox propè hyemalem tropicum, & iccirco viciſſim ſegmenta ipſorum ſunt æqualia, quod contingit ſuper æquales parallelos, & æquè ſcilicet diſtantibus parallelis maximi, non ſolum autē cuius augetur maximus dies, eo minuitur minimus, ſed etiam in illis, quæ ſunt ſecundum

cundum

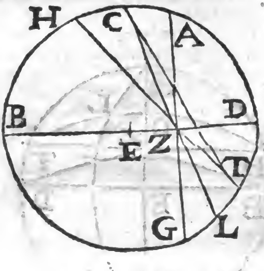
cundum partem, & in vtroque æquinoctialis, ſupra eo, qui eſt per medium zodiâ cum æqualibus diſtantijs Solis. Dico igitur quod ſupra primam partem Arietis, & ipſius C θ Piſcium, hoc idem contingit, vt etiam minuitur dies ſupra partem Piſciũ C θ ita augetur dies ſupra primam partem Arietis, & quo minuitur nox ſupra primam partem Arietis, hoc augetur nox ſupra partem C θ Piſcium, & iccirco iterũ ſupra æquales parallelos, & ſupra æquales diſtantias maximi parallelorum tale continget. Quoniam igitur ab æquinoctio æqualis accipitur ſecundum partem facta additio maximæ diei propè æſtiuum tropicum diminutione facta minimæ diei propè hyemalem tropicum. Manifeſtum igitur quod in medio quodam æquinoctium fit, medio autem tropicorum maximus eſt parallelorum, ſupra hanc igitur fit æquinoctium, quare æquales erunt diſtantiæ parallelorum circulorum, in quibus ad ſenſum fertur Sol ab æquinoctio ad ſolſtitia. Non enim tempora æqualia diceret, æqualia enim hæc, vt demonſtrat in tertio libro, quoniam & inæqualiter Sol videtur per æquales circumferentias tranſire, quæ eſt in medio. Quoniam igitur iuxta dictam portionem à quatuor locis, in qua cum extra axem terra ſit, æquidiſtans ab vtroque polorum ſupponebatur de duobus, quorum quod ſupra, vel infra axem ipſa ſit, verba fecimus, deinde & circa reliqua duo verba faciemus iuxta quam poſitionem ad Orientem, vel ad Occidentem exiſtens æque rurſus ab vtroque polo ipſam diſtare ſupponebatur. Eſto igitur ad Orientem, vel Occidentem quorundam receſſiſſe, manifeſtum enim quod ad Orientem quorundam exiſtens aliorum ad Occidentem eſt, cùm idem locus aliquorum quidem poſſit eſſe ad Orientem, horum autem Antipodum ad Occidentem. Dico igitur quod neque magnitudines, neque diſtantiæ aſtrorum æquales apparebunt, tum iuxta orientalem, tum iuxta occidentalem horizontem, neque ab Oriente vſque ad Medium cœli tempus æquale erit tempori, à Medio cœli ad Occaſum, quæ iterum manifeſtè aduerſantur apparentijs.



Eſto enim iterum quod ſupra rectam ſphæram ad Orientem aliquorum exiſtat terra, & per ipſam & axem horizon quidem ſit ABGD, axis autem BD, communis autem ſectio ipſius ABGD, & æquinoctialis AEG, & orientales partes ſint quæ ad A, occidentales autem quæ ad G, & ſubiaceat terra ad Z. vt coniunctis

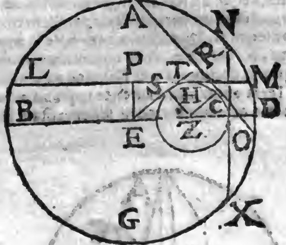
ZB,

ZB, ZD æquidiſtet,ſcilicet à BD polis ſecundum ſuppoſitionem,& ducatur per Z parallelus ipſi BD, ipſa HT in ſubiecto plano,& extendatur per ipſum planum rectum ad horizontem, facit igitur in ſuperficie ſphæræ circulũ, qui meridiolanis erit, habitatione terræ ſubiacẽte ad Z, faciat circulum HCT, & deſcribatur ALG æquinoctialis. Manifeſtum igitur quod HCT Meridianus inæqualiter ſecat ALG æquinoctialem, propterea quod HCT non ſit maximus:quoniam neque per centrum ſphæræ eſt, & minor erit AL, circumferentia ipſa LG, & eſt quidem tempus ab ipſa A ad L ab Oriente ad Meridiem, tempus autem ab L ad G,quod eſt à Meridie ad Occaſum,quare inæqualia erunt talia tempora, atque etiam & magnitudines aſtrorum, ac etiam ad inuicem diſtantiæ inæquales videbuntur,quod inæquales ſint ZA, ZG a viſu ad cœlum, atque etiam omnes ſecundum partem ab ipſo Z puncto, videlicet terræ. In ſecunda autem poſitione per quam ſupra axem exiſtens,cum ad alterum polorum receſſiſſe conſtituebatur, continget ſecundum ſingulas inclinationes inæqualiter fieri, & quod ſupra terram, & quod ſub terra cœli differenter, ita vt ſit quod ſupra terram, verbi gratia,tertij climatis, minus ſit illo, quod ſub terra eiuſdem climatis, & etiam quod ſupra terrã tertij climatis, maius ſit illo, quod ſupra terram quarti climatis, & quod ſub terra illo,quod ſub terra minus. Hoc enim eſt quod dicit. ET AD SE IPSA,& viciſſim,vt cõtingat,& per medium ſignorum circulus maximus exiſtens,vt ad inæquales partes diuidatur ab horizonte, & vbi quidem ſunt ſigna quinque ſuper terram,vbi autem quatuor, vel & tres, vbique ſex quidem ſemper ſuper terram viſis, reliquis autem ſub terra ſex cũ ſolus horizon,qui ſupra rectam ſphæræ bifariam diuidere poſſit cœli ſphæram & zodiacum.



Si enim intellexerimus in ſphæra Vniuerſi Meridianum quidem circulũ ABDG polos autem ſphæræ BD, axem vero BD & centrum E, ſupponamus autem & terram etiam ſupra axem ad alterum polorum ſit ad D borealem receſſa vt ad Z, videlicet,ſupra rectam ſphæræ per BD axem exiſtens horizon,diuidet bifariam ſphæram & zodiacum. Intelligatur igitur & ſupra inclinationem horizontis diameter HT, & ſupra terram D polus borealis ſubiacens, & propinquius terræ. Clarum igitur

gitur quod horizon circa HT diametrum minor erit maximo circulo, & accipie- tur ſupra terram pars minor hemiſphærio. Intelligatur igitur & diameter CL alte- rius inclinationis horizontis. Manifeſtum igitur quod & horizon circa ipſam ad inæquales partes ſeparat ſphæram, & partem ſupra terram minorem facit ipſa, quæ ſub terra: dico ergo quod & inclinationes ad inuicem horizontum inæquales partes faciunt, & quæ ſupra terram illi, quæ ſub terra, & quæ ſub terra illi, quæ eſt ſub terra. Coniungatur enim CT. Et quoniam maior eſt CZ ipſa ZT, maior etiã eſt & angulus, qui ſub ZTC angulo, qui ſub ZCT, quare & circumferentia CH, maior eſt circumferentia LT, communis apponatur CAT, tota igitur CAT circum- ferentia maior eſt tota CAL, quare & HT recta maior eſt CL, vel quia etiam per- pendicularis à centro E ad HL maior eſt perpendiculari ab eodem centro ad HT, & horizon igitur qui circa diametrum HT, maior eſt horizonte, qui circa diame- trum CL eſt. Inæqualiter igitur horizontes accipientur, pars quidem quæ ſupra terram illi, quæ ſupra terram, & quæ ſub terra illi, quæ ſub terra, atque ſemper ſi- militer, quanto ſupra terram accedit polus ſemper apparens, minor ſit pars ſupra terram parte ſupra terram, quæ verò ſub terra maior parte, quæ ſub terra, quouſq; polus ad verticem fiat. Si enim iterum intellexerimus horizonta AG alterius ha- bitationis, ſupra terram etiam facientem polum D, eadem ratione minor erit AG ipſa CL, quare & horizon circa AG minor eſt illo, qui circa CL erit; iccirco pars ADG ſupra terram minor erit CDL ſuper terram, pars autem ABG ſub terra, maior CBL ſub terra, dico ergo quod & ſi in magnitudine terram ſupponamus, & per ipſius ſuperficiem intelligamus horizontes ſimiliter ad inæquales partes diffe- renter diuidetur, & quod cœli ſupra terram & quod ſub terra erit.



Sit quidem rurſus circulus Meridianus ABGD, circa centrum E, axis autem ſimi liter BD, in ſuperficie autem terræ maximus circulus HCT, in plano autem ipſius ABGD circa centrum ſupra axem Z, & producatur LM parallelus ipſi BD, & tan- gens HCT ad C, erit igitur horizontis diameter LM ad H habitationis, tanquam ſupra rectam ſphæræ, ipſius autem ad T, faciens borealem polum D ad verticem ipſa NX, dico quod inter HT habitationes, maxima quidem erit LM, minima ve- rò NX, ſemper autem quæ proprior ipſi H habitationem maior remotiore. Intel- ligatur enim & alter horizon per habitationẽ ad C, cuius diameter AO, & coniun-

gatur ZC perpendicularis facta ſupra AO, & ducantur ab E centro ſuper ML, AO perpendiculares EP, ER, & per Z ipſius AO parallelus ducatur ZS. Et quoniam minor eſt EP ipſa ER, quia & ipſa ET, LM maior eſt ipſa AO, & quia rectus eſt qui ſunt ZSE angulus, maior eſt EZ ipſo ES, æqualis autē SR ipſi ZC, hoc eſt ipſi ZT, maior igitur ET ipſo ER erit, & AO ipſo NX, & qui circa diametros vtique LM, AO, NX horizontes ad inæquales partes diuident, & quod ſupra terram eſt, & quod infra terram cœli, minora facientes. quæ ſupra terram. Similiter autem & de reliquis habitationibus, quæ ſunt inter HT, quare & maximus circulus per media ſigna inæquales partes differenter diuidetur ab horizonte, quod nuſquam tale accidere repetitur, ſex quidem ſemper & omnibus ſupra terram apparentibus ex duodecim partibus, hoc autem & omnibus, quod ſex quidem omnibus multitudini apparent ex duodecim partibus, non tamen eadem, & maxime apud quos longitudine differunt horizontes, ſex autem reliquorum ſub terra non apparentibus, deinde iterum ex his ipſis, quæ fiunt ſuper terram ſimul ſub terra, & quæ ſub terra ſupra terram, vt ex his manifeſtum ſit, quod & ſectiones zodiaci, quæ ſub horizonte accipiuntur, ſemicirculus eſt, quæ à quocunque, vt diximus, horizonte, vel & quia qualibet ſectione, quæ per medium, aliquando quidem ſupra terram, aliquando verò ſub terra accipiantur. At ſi quis dicat zodiacum ad plura, quàm ad duodecim ſigna diuidi, vt ſex quidem ſemper appareant ſupra terram, reliqua autem plura, ſex ſub terra, eo quod & dictam ſecundam poſitionem maiora faciant ea, quæ ſub terra, quàm illa, quæ ſupra terram, ſequeretur aliud quid videri, quàm duodecim ſigna apparentia, quòd nuſquam videtur ſic ſe habere. Iterum illis quidem omnibus ſub terra ſimul apparentibus, reliquis verò & ſupra terram ſimul non apparentibus. Et omnino contingeret ſi non in plano æquinoctialis poſitionem terra haberet, ad Septentrionem autem vel ad Meridiem inclinaret ad alterum polorum, quod non amplius, neque ad ſenſum in æquinoctijs vmbræ orientales gnomonum, & occidentales ad rectum fieri in planis parallelis horizonti, quod manifeſto vbique videtur conſequens. Quandoquidem Sole in æquinoctiali exiſtentie & terra in medio iacente, & orientale, & occidentale ſignum hoc eſt gnomonis vertex ad rectas ſunt, quia in communi ſunt ſectione æquinoctialis, & horizontis, hoc ita fieri contingit. Terra enim non exiſtente in plano æquinoctialis, ſed extra, non amplius in æquinoctio orientalis vmbra ſuper rectam erit occidentali.



Si enim intellexerimus horizontem quidem circulum ABGD, æquinoctialis autem ſemicirculum AEG, gnomonem autem ZH, & ad horizonta in plano H, extremum autem Z, & ABGD plani, orientales partes ad A, occidentales quæ ad G, erit igitur orientalis radius AZT, vmbra autem in plano circa horizontem HT, & rurſum radius occidentalis GZC, & non erit ſupra rectam HT, ipſius HC, ſuper autem terræ poſitionem iuxta quam vtraſque contradictiones, & primæ, atque ſecundæ poſitionis ſupponit, hoc eſt, neque ſupra axem ipſam eſſe, neque ab vtroq; polo æquidiſtare. Manifeſtum quod abſurda demonſtrata ſuper duas poſitiones ſupra hanc ſimul contingent. Rurſum enim & diſtantiæ ab aſpectu ad cœlum inæquales inuenientur, & tempora ab Ortu ad Meridiem inæqualia illius, quæ à Meridie ad Occidentem, & in pures inæquales horizontes differenter diuident vniuerſi ſphæram, & zodiacum, & æquinoctium non fiet ſuper maximum parallelorum, & incrementa, & decrementa noctium & dierum ſuper parallelos non ſecundum proportionem ab æquinoctio perficientur, & cõiunctum ad vnum aliquod commune, quæ fiunt ſecundum partem, licet dicere, quod omnis ordo perfectus confuſus, qui circa auctiones & diminutiones noctium, & dierum ſpectatur, cum terra non habeat poſitionem mediam ſub ipſo æquinoctiali, & maximo parallelorum media autem ipſa exiſtente, & ſub eodem æquinoctiali, paralleli qui æquidiſtant ab hoc ad vtramque partem æquales ſunt, & viciſſim ſegmenta æqualia faciunt & eas, quæ ſunt Horizontis, & Meridiani circumferentias ad Zodiacũ, æquales vtramque vtrique ad vtrumque ipſius æquinoctialis accipientes, ordinẽ ſeruant auctionis & diminutionis noctium & dierum ab ipſa circumlatione ad æquinoctialem Solis, non ad alteram tertiam poſitionem amplius. Quod autem & præter dicta abſurda aliud quid continget, quod ſcilicet eclypſes lunæ ſecundum omnes partes cœli viſæ iuxta diametrũ, quæ eſt ſtatio Lunæ non amplius ſic ſemper accipi, ſæpè non in vijs dimetientibus ipſa obſcurata ab vmbra conica facta à terra ex ſplendore Solis, ſed in minoribus diſtantijs ſemicirculi, quod rurſus aduerſatur apparentijs. Conceſſum eſt enim ab omnibus, qui obſeruarunt in diuerſis climatibus lunares eclypſes, quod in ſtationibus Solis ꝑ diametrum efficiũtur, terra enim cum illuſtrata ſit à Sole, & mittat vmbram conicam ad diametrũ ipſarum ſtationum. Demonſtratum eſt enim, quod ſi ſphæra illuſtretur à corpore ſphærico maiore ipſa, vmbra emiſſa conica erit, & in rectum cum illuminante circumferretur, ſolare igitur corpus cum ſit ſphæricum, & maius corpore terræ, vt demonſtratum quidem eſt à nobis in quinto libro. Eſt autem & hinc manifeſtum hoc tale ex eo, quod ad tantã quidem diſtantiam, dico quidem à terra ad Solem, vt accipiatur terra puncti proportionem habens, atque magnitudo Solis ſenſibilis nobis appareat, quare oportet vt vmbra à terra miſſa conica ſit, & ſuper rectam, vt diximus, Soli. Quoniam igitur ſolet Luna ſuſcipere à Sole lumen, contingit, cadente ipſa ad vmbram conicam à terra, & in rectam interpoſita terra ipſi Soli, ſplendoribus ipſius Solis obſcuratam ipſam fieri Sed quoniam hæ obſcurationes in ſtationibus ſuper Zodiacum iuxta Solis diametrum accipiuntur, neceſſe iam eſſet terram in medio vniuerſi ſupponi, ipſa enim non exiſtente media, non ſemper continget iuxta diametrum Solis ſtationem ipſam obſcurari.



Vt autem nobis manifeſtum fiat; quod dicitur. Intelligatur ſphæra, centrum autem ipſius L. zodiacus verò BGDE; circulus autem Lunæ circa idem centrum ſphæræ magis proximus terræ exiſtens ZHTC, & ſubijciantur verbi gratia in eodem plano exiſtentes, atque Sol adhuc ſuper idem zodiacum motum faciens, terra autem ne ſit in medio, ſed veluti ad A centrum, habens in plano rurſus zodiaci, & ſit per centrum ſphæræ, & terræ diameter BZLAD. Quando igitur Sol accedet ad D, Luna verò ad E, terra illuſtrata à ſplendore aueniente ipſius Solis, mittat conicam vmbram ad LM, & obſcurabit Lunam, & ſine lumine reddet, obſcurata radijs ſolaribus, & contingit in diametro Solis ſtationem eclypſis fieri, eo quod BD diameter zodiaco ſubiaceat. Similiter autem rurſus quando Sole accedente ad B, Luna ad T recedat, rurſus continget in ſtatione iuxta diametrum eclypſim fieri, quando verò in alia ſectione Sole exiſtête Luna cadat in puncto, nequaquam inuenietur in ſtatione iuxta diametrum Solis exiſtens, iccirco addidit, SAEPE non in diametrali tranſitu ipſi opponatur, quaſi contingat & in ſtatione circa diametrum obſcurationem fieri, & in ea, quæ non per diametrum. Si enim verbi gratia ſuper G Sole exiſtente, vmbra in rectum ipſi miſſa fiat in C, manifeſtum eſt, quod quando Luna illuc peruenerit, non erit iuxta ſtationem diametri eclypſis, eo quod terra extra A centrum ſit, nec GC diameter zodiaci ſit, quare neceſſarium eſſet cum lunares eclypſes ſemper videantur in ſtationibus Solis ad Lunam per diametrum, & terram locum medium vniuerſi retinere.

PTOLEMAEI.

Quod terra puncti rationem habet ad coeleſtia.

CAP. VI.

QVod & puncti rationem habet ad ſenſum terra ipſa ad diſtantiam vſq; ad ſphæram ſtellarum, quæ fixæ dicuntur, magnum quidem inditium; ab omnibus ipſius terræ partibus & magnitudines, & diſtantiæ ſtellarum iiſdem temporibus æquales & ſimiles vbique videri, quemadmodum à diuerſis climatibus in iiſdem obſeruationes, ne minimum quidem diſſentientes reperiuntur. Cæterum & illud aſſumendum, gnomones in quacunque ipſius terræ parte poſitos, præterea armillarum centra idem valere ac centrum terræ ſecundum veritatem, & ſeruare inſpectiones, & vmbrarum circumductiones ita conſentientes ſuppoſitionibus apparentiarum, ac ſi per ipſum terræ medium punctum fieri contingant. Manifeſtum autem ſignum hæc ita ſe habere, vt vbique ſuperficies planæ per oculos eductæ, quas horizontes dicimus, totam cœli ſphæram ſemper in duas partes diuidere, quod non vtique contingeret, ſi magnitudo terræ ſenſibilis eſſet ad cœleſtium intercapedinem, ſed ſola quidem per punctum terræ ad centrum educta ſuperficies ſphæram bifariam diuidere poſſet, quæ autem à quacunque terræ ſuperficie maiores ſemper efficeret ſectiones, quàm ſub terra ijs, quàm quæ ſupra terram.

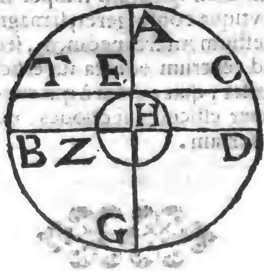
Quod

THEON.

Quod terra puncti rationem habeat ad cœleſtia.

CAP. VI.

CVm demonſtraſſet ex apparentijs, & communibus opinionibus ſphæricam ad ſenſum eſſe terram, & medium vniuerſi, adhuc etiam de propoſito capite per eaſdem diſputat, tanquam ex hoc vno exiſtente eorum, quæ principaliter debent intelligi, atq; inquit. PVNCTI rationem ad cœleſtia terram habere. Puncti igitur proportionem habere dicit, non quod ipſa ficut punctum ſine magnitudine ſit. Quomodo enim quis diceret magnitudinem talem ſine partibus? Sed quoniam ad comparationem diſtantiæ, quæ eſt vſque ad ſphæram fixarum ſtellarum, puncti relationem contineat, quoniam & Sol 170. multiplex tota terra exiſtens, videtur nobis habere magnitudinem vnius pedis propter maximã diſtantiam, quare ſi etiam viſam à tali diſtantia intellexerimus, quanta eſt diſtantia à terra ad Solem 170. partem apparentis magnitudinis Solis ipſam terram habentem videbimus. Si autem à tanta diſtantia ipſam viſam intellexerimus, quanta eſt vſque ad ſtellas fixas minima aſpicietur, vel vt punctum effugiet ſenſum. Adhuc etiam & ex eo quod omnes diſtantiæ ad inuicem ſtellarum, & magnitudines ijs, qui obſeruant, eaſdem ſtellas à diuerſi habitationibus æquales, & ſimiles percipiuntur, ac ſi omnes prope vnum punctum, & idem centrum ſphæræ ſtarent, atq; eandem diſtantiam obſeruarent, & ad Orientem, & Occidentem, & ad omnes partes cœli, quod non ſic ſe habere appareret, ſi magnitudo terræ ſenſibilis eſſet,



Intelligatur enim in vniuerſi ſphæra Meridianus circulus AB GD, in terra aũt cadente tanquã magnitudinẽ EZ in eodẽ plano ipſius circuli AB GD, centrũ autem cõe ipſorum ſit H, habitatio autẽ iuxta E, &per H centrũ ſit diameter ſphæræ BHD, horizon autem habitationis, qui per TEC, communis autem ipſius ſectio & ipſius AB GD TC tangens, ſcilicet EZ, ad verticem autem A, ſi ergo EA coniungamus,& producamus EHG, manifeſtum quod ad centrum terræ cadet,& minima quidem erit EA omnium rectarum incidentium ad ſectionem THC ab ipſo aſpectu videntium, Et ſemper quæ propè ET, EC iis, quæ longius diſtant, maiores ſunt vſq; ad A, & ob id non amplius contingit magnitudines & diſtantias ſtellarum æquales,& ſimiles apparere. SIMILES autem dixit DISTANTIAS, propterea quod ſemper manent figuræ, quas ſeruant adinuicem, ſiue triangula, ſiue quadrangula, ſiue trapezia, ſiue aliqua alia. Adhuc autem & alteram fidem adducit puncti proportionem terram habere ad diſtantiam cœli, quia inſpectiones per centra armillarũ ſphæricarũ eodem modo poſſunt demonſtrari, ac ſi homocentricæ poſitionem vniuerſi haberent, ARMILLARVM autem dicit ſphæricarum, & metereoſcopij, & & aſtrolabij ab ipſo expoſiti in quinto libro. Hæc enim inſtrumenta ponentes in ſuperficie terræ, & eiuſdem nominis in inſtrumento anulos in circulis vniuerſi, eiuſdem ordines conſtituentes meridionalem quidem organi, in eodem plano eius,qui intelligitur Meridianum habitationis, Zodiacum autem qui accipit poſitionem naturaliter Zodiaci, & Horizontem,qui accipit poſitionem naturaliter Horizontis, & reliquos reliquis, aſpicientes per centrum inſtrumentorum ſphæricorum in quacunq; parte terræ ipſis poſitis, accipimus & angulos, & acceptas circa idem centrum maximorum circulorum circumferentias, ità concordes apparentijs, ac ſi per ipſum terræ centrum viſiones fierent. Manifeſtum autem hoc ità ſe habere, quia viſiones per centra inſtrumentorum ità concorditer fiunt apparentijs, manifeſtum ergo, quod terra non ſolùm in medio vniuerſi cœli iacet, ſed etiam proportionem puncti habet, quia, vt diximus, viſiones per centra dictorum ſphæricorum inſtrumentorum idem valere, perinde ac ſi per centrum terræ fierent. Rurſus autem gnomonici extremitatem verticis gnomonis centrum] Solis ſphæræ ſupponentes, & ipſius vniuerſi & terræ ità inueniunt circumductiones vmbrarum factas in deſcriptionibus horoſcopiorum in æquinoctiis parallelis, qui in vniuerſo intelligantur, ac ſi propè ipſum centrum terræ vertices gnomonum eſſent. Licet autem & ex hac tamquam manifeſtiori fide confirmare, quæ dicta ſunt, quod plana per noſtrum viſum vbiq; protracta, quæ ſcilicet ſunt, per ſuperficiem terræ. Vocamus autem ipſas horizontes ſemper ſecare bifariam cœli ſphæram, quod non contingeret ſi magnitudo terræ ſenſibus eſſet, ſed ſolum planum protractum per centrum terræ ſecare poſſet ſphæram, hoc autem à quocunq; loco ipſius ſuperficies ad inæquales partes diuidebat ſphæram,non amplius maximo facto horizonte, ſed ſemper ſectio ſphæræ ſuper terram minus faciente, quàm qui ſub terra.

PTO-

PTOLEMAEI.

Quod terra neque motum progreſſiuum aliquem facit.

CAP. VII.

PEr eadem autem iis, quæ ante dicta ſunt, demonſtrabitur, cur non terra facere poſſit vllam motum ad dictas partes laterales, vel omnino recedere aliquando à loco centri, eadem enim euentura, quæ ſi ſitum alium præter medium haberet. Quare ſuperfluè mihi videtur, ſi quis cauſas ad medium lationis inquireret, omnino quod terra medium continet locum mundi, & grauia omnia ad ipſam ferantur, cum ita ſit euidens ex ipſis apparentiis. Et illud autem ſolùm ad talem cognitionem aptiſſimum fieret, cum ſphærica & media vniuerſi, vt diximus, demonſtrata ſit terra in omnibus ſimpliciter partibus ipſius, & inclinationes, & lationes corporum ponderoſorum, dico autem proprias ipſorum, ad rectos angulos ſemper, & vbiq; fieri in immobili plano producto per contactum ad caſum. Manifeſtum enim hoc ita ſe habet, quod ſi non refrangerentur à ſuperficie terræ, omnino ad ipſum centrum concurrerent, quoniam & ad centrum ducens recta, ad rectos angulos fit in plano ſphæræ tangente ſectionem ad contactum. Quicunq; autem, paradoxum putant, neq; prouehi alicubi, neq; ferri tantum terræ pondus, videntur mihi ad ſuas affectiones, & non ad totius proprium reſpicientes, collationem facientes aberrare. Neque enim puto admirabile ipſis amplius apparere tale, ſi ſcirent, quod hæc terræ magnitudo comparata toti continenti corpori, puncti ad ipſam proportionem habet, poſſibile enim ſic videbitur minimum ſecundum proportionem, ab omnino maximo, & ſimilari contineri, & mutuò hærere vndique æqualiter, & ſimili inclinatione, cum nihil ſit infra, vel ſupra in mundo ad ipſam

ipſam

ipſam : quemadmodum neque in ſphæra aliquis tale intelligere poſſet , ex collationibus verò in ipſa , quantum in propria ſua latione, & ſecundum naturam ipſorum , leuibus quidem & ſubtilibus partibus conſtantibus ad exteri ora, & vt ad circumferentiam eleuatis, cum videantur autem ad ſuperiorem partem ad ſingula impetum facere: eo quod id quod ſupra caput omnium noſtrorum, ſupra autem vocatum, & ipſum, inclinat, vt ad continentem ſuperficiem, ex grauibus & craſſis partibus conſtantibus ad mediũ, & quaſi ad centrum ferantur, videantur autem ad inferiorem partem cadere, eo quod & omnium noſtrorum rurſum, quod ad pedes, dictum autem infra & ipſum declinat ad centrum terræ, ſedem & iure circa medium capiant ab æquali repercuſſione, & mutua adhæſione inter ſe vndique. Itaque & iure accipitur tota terræ ſoliditas ita maxima exiſtens, vt quæ feruntur ad eam,& ab impetu, quam minimorum ponderũ, tanquam vndique quieſcens, & tanquam concidentia ſuſcipiens. Si verò & ipſius eſſet aliqua latio communis, & vna & eadem alijs ponderibus, præoccuparet vtique omnia, videlicet ob tantum magnitudinis exceſſum deorſum lata, & relinquerentur quidem & animalia, & vecta, in aere ſecundum partem ponderum, ipſa & celerrimè poſtremo cecidiſſet, & ab ipſo coelo, ſed talia quidem & tantum excogitata maxime omnium ridicula viderentur. Iam verò aliqui vt putant probabilius hæc quidem non habentes quod contradicerent, concedunt, putant autem nihil ipſis repugnaturum, ſi & quidem cœlum immobile ſupponerent, verbi gratia, terram verò circa eundem axem ſe conuertentem ab Occaſu ab Ortum ſingulis diebus vnam proximè conuerſionem, vel et vtrumque mouerent quantumlibet, ſolum circa eundem axem, vt diximus, & moderata inter ſe conuerſione. Latuit verò ipſos quob cauſa apparentiarum circa aſtra, nihil forte prohiberet, ſecundum ſimpliciorem ſententiam hoc ita ſe habere, ab his verò, quæ accidunt, circa nos ipſos & aerem, etiam valde ridiculum videtur hoc ipſum. Vt enim cõneedamus ipſis, quod præter naturam eſt, ſic ea, quæ ex

H ſubti-

ſubtilibus partibus conſtant, & leuiſſima ſunt, vel neque omnino moueri, vel indifferenter, quàm ea, quæ contrariæ ſunt naturæ cum ea, quæ in aere, & minus ſubtilibus partibus conſtantia, euidenter ita velociorem omnibus terrenis lationem faciant, craſſis verò partibus conſtantia & grauiſſima, motum proprium velocem ita & æqualem facere, cum terreſtria rurſum ſine controuerſia ſe non habeant commodè aliquando ad motum ab alijs, at certè confiterentur velociſſime terræ conuerſionem fieri omnium ſimpliciter motionum circa ipſam, tanquam facientem tantam conuerſionem in breui tempore, vt omnia non prouecta in ipſa vnam ſemper contrariam terræ motionem apparerent facientia, & neque nubes aliquando oſtenderent tendẽtes ad Orientem, neque aliud quid volans, aut proiectum, cum anteuerteret ſemper omnia ipſa terra, & præoccuparet ad Orientem motionem. Quare reliqua omnia ad partes, quæ ad Occaſum, & relicta viderentur recedere. Si enim & aerem dicerent vnà cum ipſa circummagi ſecundum eadem & æquali velocitate, nihilominus quæ in ipſo fiunt concreta ſemper viderentur ab vtriuſque motu deficere, vel ſi etiam ipſa quemadmodum coniuncta aeri ſimul circumagerentur, non amplius neque antecedentia, neq; ſubſequentia apparerent, manentia autem ſemper neque in volationibus, neque iactibus facientia aliquem errorem, aut loci mutationem, quæ omnia ſic euidenter videmus perfici, quod neque tarditas aliqua omnino, vel velocitas ipſis conſequatur ex eo, quod terra ſtet.

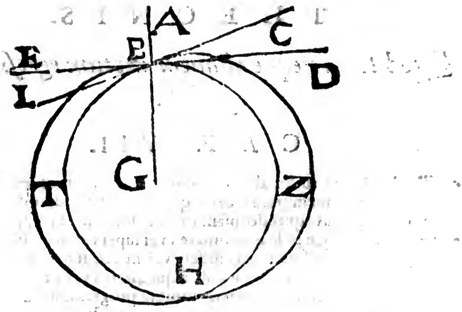
Quod

THEONIS.

Quod terra neque aliquem motum egreſsiuum faciat.

CAP. VII.

EAdem rurſus abſurda conſequuntur, ſi motum aliquem progreſſiuum terra faceret, quæ etiam in tribus poſitionibus dicebamus, quando ipſam extra quidem axem ſupponebamus, ab vtroque polo æquidiſtare, vel ſuper axem exiſtentem ad alterum polorum receſſiſſet, vel neque ſuper axem exiſtentem, neque ab vtroque polo æquidiſtare, vel omnino ipſam vltra medium moueri, quare terra non faciet motum progreſſiuum à loco ad locum. Adhuc etiam ex his manifeſtum fit; ipſam in medio loco manere, cum enim naturam ipſa habeat deorſum ferri, & tanquam in ſphæra medio infra exiſtente, quemadmodum etiam Ariſtoteles lationem ad medium, deorſum vocat, hæc cum ad proprium peruenit locum, in ipſo manet, quare mihi quidem videtur ſuperfluè, quis & cauſas lationis terræ ad medium inquireret, cum ſemel manifeſtum factum fit, quod terra medium locum habet, ex quo quod & grauia habere naturam, vt deorſum ferantur, ita enim manifeſtè ad terram ferri videntur, terra igitur in medio eſt, & illud autem locum promptiſſimum eſſet ad demonſtrationem, quod neque aliquem motum ad obliquas partes terra faciat, cùm ſphæra & medio vniuerſi ipſa demonſtrata ſit in omnibus ſimpliciter partibus ipſius, noſtraſque inclinationes, & lationes corporum pondus habentium (dico autem proprias eorum, & non ab aliquo violentia) ad rectos angulos fieri, ſemper & vbique immobili plano in caſu per cõtactum emiſſum, quemadmodum & fabricatores poſitiones parietum conſtituere ad perpendiculum volentes, plumbum in fune illigantes, & permittentes proprio pondere ferri, probant erectionem parietum ad perpendiculum, plumbeo pondere deorſum lato, & ſemper ipſos tangente, ſcilicet, tanquam ad perpendiculum ipſo deſcendente. Similiter autem & nos poſitionem inſtrumentorum ad perpendiculum ad horizontem per hæc exquirimus, & manifeſtum quod niſi repellerentur à ſuperficie terræ omnino ad idem centrum ipſiùs concurrerent, quoniam & à puncto in caſu ad centrum ducens recta ad perpendiculum fit, immobili per emiſſum ad rectam à latione ponderis. Vt manifeſtum autem fiat, quod dictum eſt.



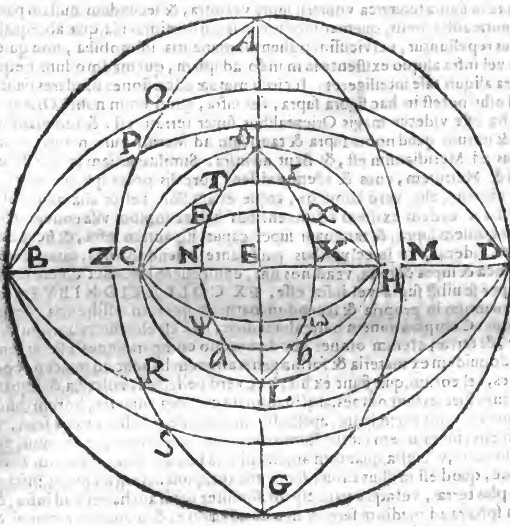
Intelligatur terræ globus, & prolapſum pondus ad ipſam propria latione immobiliter, faciat quidem in ſublimi loco rectam AB, in ſuperficie autem ſphæræ punctum B, & intelligatur per B immobile planum ad AB rectam tangens ſphæram, & ſumatur centrum ſphæræ G, & connectatur BG, & producatur per BG planum, faciet ergo ſectionem in ſuperfitie ſphæræ circulū. In immobili verò plano ad AB rectam. Facit quidam in ſphæra circulum BZH, in plano autem BD rectam. Et quoniam planum non ſecat ſphæram, neque igitur recta ſecat circulum, tangit ergo DBE recta circulum BZH, perpedicularis igitur eſt GB ad DE. Rurſum verò producatur per BG alterum planum, & faciat in ſuperficie ſphæræ circulum BHT, in plano autem immobili ad AB rectam CBL, per eadem ergo GB perpedicularis eſt ad ipſam CBL. Quoniam igitur recta GB duas rectas ad inuicem ſe ſecantes, ad perpediculum in communi ſectione ſtat, & per ipſas ergo in plano perpedicularis eſt, planum autem per ipſas, eſt immobile ad AB, recta igitur eſt GB ad dictum planum. Sed etiam AB, ab eodem igitur puncto B, ad alterutras partes eodem plano ad rectas erectæ ſunt AB, BG, ob id igitur recta eſt ABG, quare niſi viciſſim repelleretur ad B pondus à ſuperficie terræ, omnino iam ad idem centrum quærens proprium locum, perueniret. Quare cum hoc manifeſtum ſit, ſuperfluum quis exiſtimaret motus ad medium cauſas inquirere. Amplius autem cum vniuerſum ſphæricum demonſtratum ſit, colligitur & ſic. Quod terra ad medium fertur. Terra enim ad inferiorem partem vniuerſi fertur, pars autem inferior vniuerſi eſt medium, terra igitur ad medium fertur. QVICVNQVE AVTEM PARADOXVM NEQVE prouehi alicubi, neque deorſum feratur tam maximum terræ pondus, ſed ſtat e ſic immobilis ſublime manens, manifeſtum quod non rationem ſequentes tale paradoxum exiſtimant, ſed ab ijs impoſſibilibus, quæ accidunt circa ipſos reprobantes. Videntes enim tale in ijs, quæ ſecundum partem impoſſibile eſſe ſenſu confirmare, ex eo quod nullum ex ſimilibus ponderibus, & ſi minimum

ſit,

ſit, poſsit apparere ſublime manens. Et in vniuerſali hoc idem accipiunt. Non enim arbitror ratione ipſos adductos admirabile hoc exiſtimare, ſi conſiderarent quod hæc ſecundum rationem minima terræ magnitudo ab omnino maxima, & ſimilari magnitudine poteſt contineri cum æquales diſtantias conſeruet ab ipſa, & æqualibus viribus vndique impellatur, & inhæreat, & nulla re intellecta in figura ſphærica vninerſi ſupra vel infra, & ſecundum nullam partem diminutæ adhæſionis, quemadmodum in ſenſu cernimus illa, quæ ab æqualibus viribus repelluntur, vel viciſſim trahuntur manentia immobilia, non quidem ſupra vel infra aliquo exiſtente in mundo ad ipſam, quemadmodum neque in ſphæra aliquis tale intelligeret. Iccirco mutuæ adhæſiones ſimilares fiunt, eo quod nihil poteſt in hac figura ſupra, vel infra, quod enim nobis Oriens eſt, & infra eſſe videtur magis Orientalibus ſuper terram eſt, & tanquam ad ſupra, & iterum quod nobis ſupra & tanquam ad Meridianum magis Occidentalibus ad Meridianum eſt, & ſicut ad infra. Similiter etiam in receſſibus ad Vrſas & Meridiem, vnus & idem exiſtens borealis polus ſphæræ alijs ſublimior videtur, alijs verò humilior, atque etiam Sol, vel & alia aliqua ſtellarum vna & eadem exiſtens à differentibus habitationibus viſa eodem tempore, his quidem ſupra, & tanquam ſuper caput, his autem infra, & ſicut ad horizonta videtur, vt in eclypſibus paulo ante oſtendebamus, quare cùm eadem loca & ſupra & infra, vt ad nos ſint, conſequens iam eſſet dicere in tali figura per ſe nihil ſupra vel infra eſſe. EX COLLATIONIBVS verò in ipſa quantum in propria & ſecundum naturam ipſorum diffdrentia, & quæ ſequuntur. Comparationem naturalium dicit, hoc eſt elementorum ignis, aeris, aquæ, & terræ, etenim omnes quodammodo comparationes eſſe videntur, quandoquidem ex materia & forma generationem habent ad inuicem conuenientes, vel eorum, quæ fiunt ex his, hæc verò pedeſtria, volatilia, & aquatilia, & harum ſpecies ſunt omnes, atq; inanimata corpora vniuerſa, horum quidem plus aeris & ignis participant, aptitudinem naturalem habent extra ferri, & ad continens, ſupra autem intellectum ad nos, quod in ſphæra, vt diximus, per ſe nihil ſit ſupra, vel infra, quantum autem ad nos hoc accipitur, quoniam & vnuſquiſquè, quod eſt in illius capite, ſupra vocant, quod autem ad pedes, infra, quæ verò plus terræ, vel aquæ participant, ſimiliter naturam habent ad infra, & ſicut in ſphæra ad medium ferri, & mutuo adhærere, & æqualiter refrangi, & ſimiliter ex æquali diſtantia à medio ad ea, quæ acceperunt medium & proprium locum. Vnde oppreſſio ad medium fieri, & ex omni parte ſimilari vndequaq; impulſione, exuperat, & manet immobilis, itaque merito eo quod ipſa ſtet, & omnino minima pondera accipit, ita vt ab ipſis comprehendatur. Si verò non locum proprium accipiens, maneret, ſed eſſet aliqua & ipſius latio vna & eadem alijs ponderibus cùm naturam habeant, grauiora velocius deorſum ferri à proprio pondere, ipſam ob maximam magnitudinem præoccuparet omnia deorſum lata, & manerent ſecundum partem pondera, dico autem & animalia, & ſecundum partem pondera quæcunque ipſi non coniuncta ſunt, ſublimia vehuntur, ipſa verò à cœlo ipſo cecidiſſet, talia autem & intelligere ſolum ſtoliſſimum videretur. IAM VERO aliqui vt putant probabilius hæ quidem non habentes quod contradicerent, annuunt, putant autem nihil ipſis repugnaturum, ſi & quidem cœlum immobile ſupponerent, & terram ad axem verſi, & quæ ſequuntur. Iam vero allqui, inquit, adducti ex dictis, & minime ponentes

inſtan-

inſtantias afferre, quod non transferatur mediam terram affirmant, exiſtimant autem nihil apparentia aduerſari, ſi cœlum quidem immobile conſtituerent, terram verò circa eundem axem ſphæræ ferri ab Occidente ad Orientem, proximè ad conuerſionem ſingulorum dierum.



Quod autem dicit, tale eſt, intelligitur autem cœlum manere, ipſius verò poli puncta.

BD & per ipſa circulus manens ABGD, centrum verò ſphæræ E, & deſcribatur æquinoctialis AZGM, & coniungatur AEG. Communis ſectio, & æquinoctialis, & eius qui per polos ipſius. Sit autem & maximus terræ circulus in plano ABGD, qui ΘCLH, & protrahantur per AZGM æquinoctialis planum & faciat ſectionem ΘEM in ſuperficie terræ, faciatque circulum rectum ΘNLX, videlicet ad ΘCLH, & ſit Sol ad A punctum æquinoctialis, & AO ſit 30. temporum, & AP vero 60. AZ vero 90 & ipſa AR 120, & ipſa AS 150. & ipſa AG videlicet temporum 180. ſemicirculi, & deſcribantur per B & per ſingula OPRS maximi circuli BOD, BPD, BZD, BRD, BSD, & producantur per ipſos plana & faciant in ſuperficie terræ circulos, quod quidem per BOD circulum CTIH, quod autem per BPD, ipſum

ſum

ſum CNXH, quod verò per BRD, ipſum C♃☽H, atque etiam quod per BSD, ipſum CABH. Sint autem Orientalia quidem, quæ ſunt ad A, Occidentalia verò quæ ad G, & intelligatur ipſius ABGD vt in recta ſphæra ſuppoſiti horizontis ſuper terrem AZG ſemicirculum æquinoctialis, & ſupponatur, ſtante cœlo, & vertente terra ad Orientem, oculus quidem ad ⊖, Sol verò ad ABGD horizontis, apparens ad A, cum ſit in ipſo plano ⊖CLH, & ABGD, quando ergo ⊖, hoc eſt viſio ſit ad T, per ipſum O, erit viſionis planum horizontis, faciens & circulum CTIH, & ipſum BOD, & apparebit Sol ſuper terram, cum periferia temporum AO ſit L, horarum verò æquinoctialium, videlicet B erit, quando verò ſuper F viſio fiet, per eadem erit planum viſionis per P, & erit Sol, tempora à circumferentia AP æquinoctialia. 60. ſuper terram apparens per horas rurſum quatuor. Quando autem per C viſio ſit, erit rurſus ad Z, & apparebit Sol 90. tempora, horas autem ſex diſtans ab A, & à medio cœli.

Eadem autem in altera quarta parte contingent. Et manifeſtum quod quando ⊖ ad L peruenerit, erit planum per viſionem per G, diſtante videlicet Sole per tempora ſemicirculi, & ad Occidentem appareat. Conſequenter autē noctis tempus apparebit, & in vna reuolutione proxime æquinoctium erit factum, & videbitur nihil aduerſari talis oppoſitio apparentijs. Proximè autem dixit, eo quod Sol mouebitur per partem vnam proximè autem erat & per tantum motum moueri ſphæram terræ poſt primam reuolutionem, vt rurſum Sol videatur oriens. ita enim conſona videbantur apparere apparentia in differentibus zodiaci ſectionibus Sole adueniente, quandoquidem neque eædem ſtellæ ſemper ſuper terram videntur. Si verò ſupponeretur vtramque moueri & terram & cœlum, ita vt vno die proxime tempora 360 æquinoctialis, quo ad vtroſque motus moueatur circa axem, ſi enim ſupra eadem, & æquè velociter, nulla apparebit circumlatio Solis ab Oriente ad Occidentem. Si verò ad contraria ferebantur, rurſum, quæ ad Occaſum & Ortum, continget autem ab vna reuolutione & cœli duo æquinoctia fieri.

Supponatur rurſus nobis non conſiderantibus hic ſuper motionem Solis, explanationis gratia. Terra quidem ab Oriente ad Occidentem lata, cœlum verò ab Oriente ad Occidentem æque velociter, & ſint quidem ⊖ A ad Orientem, L verò, & G ad Occidentem. Donec igitur terra per quartam partem vertatur Orientale ⊖, ad C accedit, interea cœlum etiam conuerſum quartam partem, ipſum A in æquinoctiali exiſtens, ad M feretur, & recedent ad inuicem ſigna ⊖ A. tempora 180, & hac de cauſa occidet Sol in habitatione ad ⊖, quæ eſt facta ad C, & faciet in motu vnius quartæ partis diem vnum horarum duodecim. Similiter rurſus donec ipſum ⊖ ad C exiſtens, per CL tranſiens, ad L perueniet, interea & ipſum A ad M exiſtens, pertranſiens MG, ad G aderit, & erunt rurſus A ⊖ conſtituta, & Sol videlicet rurſus ad A exiſtens, his, qui in ⊖ orietur, exiſtentibus A ⊖, ad G L, & erit in reuolutione ſemicirculi tempus noctis, atque diei factum. Similiter autem & in altero ſemicirculo alterius æquinoctij tempus fiet, & erunt in vna reuolutione terræ, & cœli duo æquinoctia facta. Si verò motus non fuerint æquè veloces, ſed tamen vtraque vno die temporum 360 vnum circulum faciant, eadem rurſus videbuntur circa Orientem & Occidentem facta. Si enim, verbi gratia, ſupponamus dum terra fertur per tempora 135. continget dum habitatio ⊖, fit ad G,

Solem

Solem in A exiſtentem fieri in D, & occidere in habitatione ad Θ, quæ ſit ad G, diſtantia ab ipſa G. tempora 180. Rurſus dum terra vertitur per alia tempora 45, & Θ fiet ad G, accedens ad C, interim & cœlum rurſus conuerſum tempora 135, feret Solem ad Z, & Oriens erit in habitatione prope Θ, exiſtens ad C, ambobus motibus motis per tempora 360. & continget in vna reuolutione terræ tres circumuolutiones ſphæræ fieri, æquinoctia autem quatuor quoniam & in vno æquinoctio demonſtrauimus terræ quartam partẽ verſam, quæ eſt quarta pars vnius circumuolutionis, ſphæram autem tempora 270, quod rurſum eſt quarta pars temporum adiectorum tribus reuolutionibus, videlicet 1080, latuit autem ipſos, quod eorum, quæ circa aſtra app arent, nihil fortaſſe prohiberet ſecundum ſimpliciorem applicationem hoc ita ſe habere. Adduxit autem ipſos, quod ſtent quidem corpora cœleſtia, & terra moueatur, nihil fortaſſe offenderet apparentia ſecundum ſimpliciorem applicationem, hoc eſt eam, quæ eſt ſine intellectione motuum Solis, & Lunæ, & quinque planetarum, quandoquidem ipſi varias faciunt loci mutationes in longitudinem, latitudinem, & profunditatem. Ab his autem quæ circa nos contingunt, & circa aerem omnino ſtultum hoc videretur, vt enim concedamus ipſis, quod eſt præter naturam, ſic, tenuiſſimas quidem partes habentia & leuiſſimas, vt cœleſte corpus, & in ipſo aſtra, vel penitus non moueri, vel indifferenter terreſtribus & grauibus, quod ſunt contrariæ ipſis naturæ: manifeſtum hoc ſit, ea quæ circa aerem, & minus tenuiores partes habentia, quod velocius mouentur terreſtribus, & craſſioribus partibus habentibus. Corpora autem craſſiſſima, & grauiſſima motum ita velocem & ordinatum faciunt grauia & terreſtria rurſus, neque apta cum ſint, vt ab aliis interdum moueantur, ſiue multarum troclearum, ſiue à multiuagis, ſiue vecte ipſa motis, vel à vi multorum hominum ad velocem & æquabilem motum. Sed concedamus quidem vniuerſam terram leuem & velociſſimum facere motum, omnium quæ circa ipſa ſunt, ſiue animalium, ſiue proiectorum, ſiue volantium, ſiue traſcurrentium ſyderum. & reliquorum motuum apparentium, ac ſi in vno æquinoctiali tempore redditum faceret, contingeret omnia non prouecta ſuper ipſam, ſed in aere mota, ſiue aues, ſiue nebulæ, ſiue proiectiones, ſiue & peruolantes ſtellæ ad Occaſum, & reliquas partes, apparere facere receſſionem, & ſic nunquam nebula demonſtraretur iter faciens ad Orientem, ſed neque quicquam proiectorum, vel volantium, cum attingat ſemper terram ob maximam celeritatem ad Orientem, & ſequentes partes, quæ omnino apparentijs aduerſantur. Si autem cœlum & terram moueri ſupponamus, vt diximus, ad contrarias partes, vt vterque motus temporum 360. diſtantiam faciat, & terræ motus minueretur, conſequetur vel præoccupare iterum motum terræ ad partes ad Orientem, quæ non prouecta ſunt ſuper ipſam, ſed in aere mota, vel etiam præoccupari ab ipſis: tamen & ſi præoccuparentur, minorem viderentur facere receſſionem ad Orientem ipſius, quæ eſt ad Occidẽtem, quia nos videmur cum terra ad Occidentem recedere, & ipſa procul eſſe à tanto motu. Si enim & aerem dicerent cum ipſa circumagi æquè velociter, & ad ipſa, hoc eſt ad Orientem, vt impellens, quæ non aſcendunt ſupra terram, ducat ad Orientem, nihilo minus, quæ ſecundum ipſum fiunt comparationes, dico ergo cometarum, & tranſuolantium ſyderum, & nebularum, cum ſint craſſiores partes ipſo aere, ſecare ipſum vtroque motu priuare debebant, vt iterum ad Orientem quidem ſerius ipſa recedentia videantur, ad Occidentẽ

autem velocius.Si quis verò diceret & ipſa vt approximata ipſi aeri circumagi, vt ne ob velocitatem deeſſent,non amplius neque recedentia ad inuicem , vel alterum alteri præeſſet,vel relinqueretur,vel ad Ortum , vel ad Occaſum recedere viderentur, manētia autem ſemper æqueuelociter ipſi terræ aere circumducto,& neque in volantibus facientia mutuam receſſionem,nec in ictibus occultationem . Videmus autem manifeſtè ſic perfici hos motus, vt neque tarditatem,neq; velocitatē ad ipſos accedat, eo quod terra non maneat , ſed similiter, & Orientē,& ad Occidentē & ad Septentrionē & ad Meridiē,& ad omnes partes cœli ipſos perfici,tanquam immobili terra manente,deinde mentionem faciens eorum, quæ vniuerſaliter debent,tanquam in ſermone à principio aſtronomicæ ſpeculationis præaſſumi,dico autem ſphæricum eſſe cœlum , & circulariter ferri, atque etiam terram ſphæricam eſſe , & continere locum medium vniuerſi, puncti & centri proportionem habere ad diſtantiam cœleſtem , & de ipſius immobilitate ad medium , inquit .Has quidem ſuppoſitiones neceſſario præacceptas ad traditiones ſecundum partem , & his ſequentes ſufficientes inuenimus,& vſq; ad tot motus ad ſecundam partem demonſtrationes tanquam in deſcriptione ipſas accipientes,quæ à nobis erūt confirmandæ , & teſtimonijs probandæ,etiam magis ex concordantia per ipſos demonſtrata ad ipſas apparentias.

PTOLEMAEVS.

Quod duplex differentia primorum motuum in coelo eſt.

CAP. VIII.

HAs quidem ſuppoſitiones neceſſario præaſſumptas in ſingulas traditiones , & has conſequentes ſufficiet, & vſque ad tot, vt in capitulis expreſſas eſſe & confirmandas , & teſtimonio comprobandas perfecte ex ipſo conſenſu ad apparentias eorum , quæ conſequenter & deinceps demonſtrabuntur . Præterea etiam illud vniuerſalium aliquis exiſtimaret merito præſumpſiſſe , quod duæ differentiæ primorum motuum ſunt in cœlo , vna quidem , à qua feruntur omnia ab Oriente,ad Occidentem ſemper eodem modo , & pari celeritate faciunt circunductionem in parallelis circulis ad inuicem deſcriptis,videlicet polis ipſius ſphæræ, quæ omnia

nia æqualiter circumducit, quorum maximus circulus æquinoctialis appellatur, propterea quod ſolus ipſe à maximo, qui eſt horizon, bifariam ſemper diuiditur, & Solis conuerſio, quæ in ipſo fit, æquinoctium ad ſenſum vbique facit. Altera verò, in qua aſtrorum ſphæræ contra prædictum motum faciunt quaſdam tranſmutationes circa alios polos, & non eoſdem ijs, qui primæ ſunt circumductionis. Et hæc ita ſe habere ſupponimus, propterea quod ex quotidiana inſpectione omnia omnino quæ in cœlo in locis eiuſdem generis, & parallelis æquinoctiali ad ſenſum videntur fieri, & Oriens, & cœli Medium, & Occaſus, quod proprium eſt primæ lationis. Ex conſequenti, ex magis continua obſeruatione alia quidem omnia ſyderum obſeruare apparere tum diſtantias ad iuuicem, tum proprietates, vt plurimum, ad proprios locos primæ lationis. Solem verò Lunam & planetas progreſſiones quaſdam facere varias quidem & inæquales inter ſe, omnes verò tanquam ad vniuerſalem motum ad partes, quæ ad Orientem, & quæ relinquuntur partes obſeruantium inter ſe diſtantias, & tanquam ab vna ſphæra circumductarum ſtellarum. Si igitur & talis progreſſus planetarum in parallelis circulis fieret, æquinoctiali, hoc eſt circa polos, qui primam faciunt circumductionem, ſufficeret vnam exiſtimare, & eandem omnium circumlationem, quæ primam conſequitur. Probabile enim ita videretur & factam ipſorum progreſſionem perfici ſecundum differentes defectus, & non ſecundum contrarium motum. Nunc autem vnà cum progreſſionibus ad Orientem recedentes ſemper apparent, & ad Septentrionem & ad Meridiem, cum inæquabilis videatur magnitudo talis receſſionis, vt videatur per impulſiones aliquorum hoc accidere in ipſis. Sed cum ſit inæquabilis, tanquam ad talem exiſtimationem, ordinata verò vt à circulo aliquo ad æquinoctialem circulum perfecta, vnde & talis circulus vnus & idem, & planetarum proprius deprehenditur, accuratè quidem tanquam deſcriptus à Solis motu, peragrans verò & à Luna, & à planetis ſemper circum ipſam conuerſis, & non quocunque modo cadentibus à receſ-

ſu, qui

ſu, qui ſecetur ipſius ſecundum vnamquamque ad alterutras partes præceſſiones. Qm̃ autẽ & maximus hic circulus videtur, propterea qđ ex æquo & magis aquilonaris & magis auſtralis, quàm æquinoctialis ſit Sol, & circũ vnũ & eũdẽ vt diximus, planetarũ omniũ ad Orientẽ progreſſus perficiũtur, alterã hanc differentiã vniuerſalis motus, neceſſarium erat conſtituere circa polos deprehenſi obliqui circuli, & in oppoſitum primi motus perfectam. Si iam cogitemus per polum vtrumque prædictorum circulorum deſcriptum maximum circulum, qui ex neceſsitate vtrumque illorum, hoc eſt æquinoctialem, & qui ad ipſum vergit bifariam, & ad rectos angulos ſecat, quatuor quidem erunt puncta, obliqui circuli, duo quidem quæ ab æquinoctiali per diametrum inter ſe fiunt, quæ vocantur æquinoctialia, quorum quod à Meridie ad Septentrionem progreſſum habet, vernale dicitur, cõtrarium autem autumnale, duo autem quæ fiunt à deſcripto amborum polorum circulo, & ipſa, videlicet per diametrum adinuicem, quæ quidem vocantur tropica, ex quibus quod à Meridie æquinoctialis, hyemale dicitur, quod autem ad Septentrionem, æſtiuum. Intelligetur autem vnus & primus motus, & continens alios omnes circumſcriptus, & tanquam definitus à maximo circulo per vtrumque polum deſcripto, & circumducto, & reliqua omnia ſimul circumducente, ab Ortu ad Occaſum, circum æquinoctialis polos quæ prouehuntur quemadmodum, & in dicto Meridionali, qui hac vna re à prædicto differens, quod non per polos obliqui circuli ſẽper deſcribitur. Itẽ & qđ ad rectos angulos ad horizontem intelligitur, vocatur Meridionalis, quandoquidem talis poſitio vtrumque, & quod ſupra terram & quod ſub terra hemiſphærium bifariam diuidens dierum, ac noctium media tempora cõtinet. Secundus verò multiplex, qui continetur quidem à primo, continens verò planetarum omnium ſphæras, qui fertur à prædicto, vt diximus, qui circũducitur ad oppoſita circa obliqui circuli polos, qui & ipſi procedentes ſemper per circulum primam conuerſionem facientem, hoc eſt per vtroſque polos, circumducuntur con-

uenienter cum ipſo, & per motum ſecundæ lationis in oppoſita eandem poſitionem ſemper obſeruant poli deſcripti per ipſam conuerſionem maximi & obliqui circuli ad æquinoctialem.

THEONIS.

Quod duplex differentia primorum motuum in coelo eſt.

CAP. VIII.

CVM pertractaſſet de dictis, & in principio enumeratis ab ipſo capitibus, & cum decuiſſet ex quibus nationibus, & obſeruationibus, tanquam principia hæc aſſumpſit, adhuc etiam de tali capite conſequens exiſtimat præaſſumere de demonſtrationibus particularibus, & oſtendere ex quibus rurſum notionibus & obſeruationibus & hoc ab ipſo tanquam in principio ſermonis aſſumitur, & inquit. PRAETEREA ETIAM ET ILLVD vniuerſalium aliquis exiſtimaret merito præſumpſiſſe, quod duæ differentiæ primorum motuum ſunt in cœlo. Primorum quidem dixit, quoniam & aliæ ſūt, quæ ſecundum latitudinem & profunditatem, vna quidem comprehenſiua ſphæræ ſine ſtellis exiſtens omnium, educens omnia cum ſe ipſa ab Ortu & Occaſu circa polos æquinoctialis, ſemper ſimiliter, & æqueuelociter faciens conuerſionem, quoniam vnaquæque fixarum ad parallelum circulum ab ipſo ducta, idem tempus facit ad ſenſum ſuper terram, quorum maximus circulus æquinoctialis vocatur, quod ſolus ipſe parallelorum circulorum à maximo circulo horizontis bifariam diuidatur, & Sol in hoc latus, æqualem facit diem ad ſenſum nocti ſecundum omnem habitationem. Quod autem ad ſenſum per proprium motum ipſius Solis. Maximus autem eſt horizon, quoniam per terram exiſtat, hoc eſt per centrum ſphæræ, cum igitur dixiſſet de tali manifeſta prima latione, quæ fit circa polos æquinoctialis, deinceps de ſecunda pertractat, & ait. ALTERA VERO IN QVA aſtrorum ſphæræ. Dico iam Solis & Lunæ, & quinque planetarum, atque etiam fixarum, iuxta contraria primæ lationi, vt ab Occidente ad Orientem, quæ etiam vocat ſequentia, faciunt quaſdam differentes tranſmutationes circa alios polos, atque ipſos primo motui & quod ipſos primæ lationi, hoc eſt ab Orientibus ad Occidentes. Circa alios polos dicit moueri, hanc ſecundam lationem quoniam quidam ſunt eius, qui per medium zodiaci diſtantes ab illis primi motus, hoc eſt ab æquinoctiali polorum, vt deinceps demonſtrabitur partibus. 23. 51. 20. vt in deſcripto maximo circulo polorū ipſorū, quorū talis circulus 360. qui eſt declinationis zodiaci ad æquinoctialem, & circa hunc circulum zodiaci Sol & Luna, & quinque planetæ mouentur ſecundum differentes motus, & Sol quidem ſemper mouet centrum habens in ipſo plano comprehenſi circuli per medium zodiaci, Luna

autem

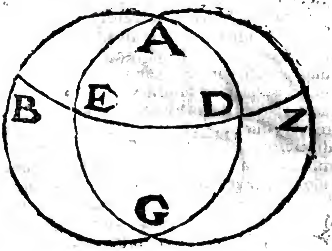
autem & quinque planetæ in ſphæris ſuis mouentur ſuper circulos declinantes ad illum, qui eſt per medium zodiaci, atque circulus Lunæ habet partium quinque inclinationem ad ipſam in maximo deſcripto circulo per ipſos polos quantam, & facit maximam receſſionem ab ipſo per medium ad borealia ipſius & auſtralia. Circulus autem Mercurij ſimiliter partibus 4. 32. Veneris verò 9. Martis verò circulus. 7. 6. Iouis quidem 2. 8. Saturni verò. 3. 4. ET HAEC ITA ſe habere ſupponit, & quod per ſingulos dies ex ſimplici obſeruatione omnia prorſus in cœlo aſtra videantur circa illos, qui ſunt eiuſdem ſpeciei, & parallelos æquinoctiali loco facta. Ortus, & Medij cæli, & Occaſus. LOCORVM autem dixit, & non circulorum, eo quod ad ſenſum loca compræhenduntur & non circuli, & proprium eſt motus per parallelos eadem loca, Orientis, Medij cæli, & Occidentis ſydera cuſtodire ad ſenſum, ex conſequenti autem diligentiore obſeruatione compræhendebatur, quod quidem omnia alia aſtra, hoc eſt, fixa obſeruantia apparent, & diſtantiæ, ſcilicet, ad inuicem, & habitus, quos habent ad inuicem, & quæ ad propria loca primæ lationi, quæ ab Oriente ad Occaſum iuxta parallelos circulos ducit. Vt plurimum autem per proprietates, eo quod & ipſi aſſumuntur iuxta centum annos motos partem vnam, & obliquos ad æquinoctialem, & ſecundum accuratiorem rationem, iccirco helicas ſcribentes, & non in eiſdem locis, quorum & prius Orientes, & Medio cæli exiſtentes, & Occidentes: propter autem inſenſibilem adiacentis longitudinis ſecundum vnumquemquè diem, vt plurimum apparent proprietates, iuxta parallelcs circulcs ferri obſeruantes, hoc eſt, iuxta eadem loca oriri, & medium cæli fieri & occidere. SOLEM VERO ET Lunam & planetas progreſſiones quaſdam facere, varias quidem & inæquales inter ſe, omnes autem tanquam ad vniuerſalem motum, & ſequentia. Sol enim & Luna, & planetæ mouentur in propriis ſphæris ſecundum longitudinem ab Occidente ad Orientem recedentes, non apparentibus illis, quæ ſunt ſecundum profunditatem & latitudinem, atque etiam fixorum & mouentium quinque errantium, eo quod propoſitum eſt ipſi de duobus primis motibus verba facere, relinquentes ſtellas fixas, & non obſeruantes ad inuicem diſtantias, ſed interdum cum alijs iter facientes. Sol verò mouetur ſingulis diebus iuxta longitudinem partium vnam proximè, Luna autem 13. Saturnus 0. 2. Iuppiter verò 0. 5. Mars autem 0. 31. Venus verò, & Mercurius partium vnam proximè. Mouentur autem & ſecundum latitudinem & profunditatem, vt in ſequentibus demonſtrabitur ad Orientem, vt diximus, à fixis derelictæ, & ab his, qui obſeruant diſtantias, illud autem ET TANQVAM AB VNA SPHAERA compræhenſis ſtellis, rurſus fixis, dixit, quandoquidem, vt demonſtrabamus in ſupradictis ex contraria circumductione duorum motuum ſubcontrariorum, omne quidem ſtellæ helicas deſcribunt, hæ autem ob breuem ad Orientem progreſſum, vt plurimum circa parallelos circulos à primo motu deſcriptos ad ſenſum videtur ferri, quod ſolus facit motus vnius ſphæræ latæ circa æquinoctialis polos. Si igitur & talis tranſitus planetarum ad Orientales tranſitus in parallelis circulis æquinoctialis factus accipiebatur, ſuſpicionē præberent exiſtimari etiam ſphærarum ipſarum tranſitum circa polos, æquinoctialis perfici, & probabile iam eſſet vnam exiſtimari omnium lationem, quæ ab Oriente ad Occaſum, habet enim aliquam proportionem, quod fiant ſecundum varios defectus receſſiones variæ factæ ab ipſis fixis ad Orientem, & non

iuxta

iuxta contrarium motum primæ lationi, vt nos arbitremur Solem quidem vniuſcuiuſque diei ad præcedentia moueri, hoc eſt ab Oriente ad Occidentem partes 359. proximè, lationem verò totius partes 360, vt iterum ab Ortu ad Ortum accedens Sol hac de cauſa tardior veniat fixis per partem vnam, & Lunam ſimiliter moueri partes 347, illum verò, qui eſt vniuerſi partes 360, & hinc Lunam moueri, quàm fixæ partes 13. ſimiliter autem & in quinque planetis, & ita videretur motus ipſorum conſonans fieri apparentijs. Sint enim, verbi gratia ab Oriente in principio Arietis moti, quando Sol & Luna dictas partes in ſolari circulo per medium zodiaci, atque etiam per ſe vniuerſi latio, Sol ergo cum motus fuerit per partes 359, inuenietur ad ſequentem diem Oriens circa primam partem Arietis, & deinceps circa ſecundam, & ſimiliter iuxta tertiam conſequenter apparentiis. Similiter autem & errantes ſi circa polos primæ lationis & ad eaſdem partes tranſitum facerent tarditates differentes ad partes, Orientem verſus, facientes, conueniens eſſet in parallelis ipſos ferri æquinoctiali, vel fixis tarditates fieri, quoniam & circa ipſos polos ferebantur, nunc verò ſimul cum tranſitu ad Orientem recedere videntur, ferri circa parallelos circulos ad Vrſas, & Meridiem ſenſibili quadam receſſione, & hac quidem neque plana, neque ordinata, vt aliquibus videatur ob aliquas impulſiones, hunc caſum fieri circa ipſos. Ob id dicit, ſed IN AEQVALI quidē, tanquam ad talem exiſtimationem, ordinatæ tamen. Impulſio enim ab aliqua vi nullam proportionem habente facta, inordinatam faceret, & talem receſſionem, ORDINATAM autem dicit, vt ab obliquo circulo ad æquinoctialem perfecta, quoniam & proprium hoc ſectionibus obliqui circuli non abſque proportione fieri æquidiſtantias ab æquinoctiali, ſed maiores quæ ſunt viciniores communi ſectione ipſarum, minores autem quæ remotiores, inæquali quadam differentia, vt deinceps hoc libro demonſtrabimus, de Solis obliquitate tractantes, ob id & ſemper ad æquinoctiales maiorem ſecundum partem Solis receſſionem inuenimus factam ab æquinoctiali, ſiue ad Vrſas, ſiue ad Meridiem ipſius receſſerit, minorem autem ea, quæ propè ad tropicos, ſingula enim obliqui circuli ſegmenta, & per medium zodiaci circuli habent propriā receſſionem ab æquinoctiali, quoniam eandem inclinationem ſemper manentem obſeruant, vnde talis circulus vnus & idem, & planetarum proprius aſſumitur. Quamobrem & vnaquæq; ex ſeptem ſphærarum Solis & Lunæ, & quinque planetarum in plano ipſius homocentrum ipſi accipimus, accuratè quidem factum, & tanquam deſcriptum à motu Solis. Hoc igitur ex aere factum, quod centrum Solis circa planum fertur, quod eſt per medium zodiaci, hoc autem tanquam deſcriptum, quoniam zodiacus in ſphæra ſtellarum fixarum intelligitur, ſphæra autem Solis, quæ magis circa terram eſt, & Sol motus ſuper hanc deſcribit circulum in eodem, vt diximus, plano, quod eſt per medium, apparens nobis, tanquam ſi in ipſa ſphæra ſtellarum fixarum exiſteret & ipſum obliquum, & per medium zodiacum deſcriberet circumductus verò & à Luna & à quinque planetis ſemper enim circa ipſum verſantur magis Boreales, & magis Auſtrales, & ad ipſum appropinquantes, recedunt autem ab ipſo ad Boream & Auſtrum, neque tantillum excidunt prioris dictæ vniuſcuiuſque maximæ receſſiones ſecundum latitudinem, vt & Sol nunquam accipitur excidens à tropicis, hæc enim & huius eſt maxima ab æquinoctiali ſecundum latitudinem receſſio. Adhuc & maximus ipſe circulus ſpectatur, quod æquè magis borealis, & magis

Auſtra-

auſtralis æquinoctiali fiat Sol, dico, qnod ſi ſtella circa aliquem circulum lata æ què magis borealis & magis auſtralis æquinoctiali fiat Sol, dico, quod ſi ſtella, circa quem fertur maxima eſt.



Eſto enim æquinoctialis, & maximus circulus A B G D, obliquus autem & per medium zodiaci, in quo Sol fertur, ABGZ, æque magis Borealis, & magis Auſtralis exiſtens æquinoctiali A B G D, qui eſt per polos ipſos B, E D Z, ſint verò Borealia quidem, quæ ad Z, Auſtralia verò, quæ ad E, & maxime Borealis factus Sol, vel ſtella ſit ad Z, maxime autem Auſtralis ad E, æqualis autem ſit ZD ipſi EB, dico quod maximus eſt A E G Z zodiacus. Quoniam enim æqualis eſt BE ipſi DZ, communis autem ED, tota igitur BED, toti EDZ eſt æqualis. Semicirculus autem maximi circuli BED, ſemicirculus igitur eiuſdem circuli eſt ipſa EDZ, Et quoniam AEGZ zodiacus circulus maximum circulum exiſtentem B E D Z bifariam ſecat, & ipſe maximus eſt, demonſtratum eſt enim hoc in tertio libro Theodoſij, qui de ſphæris agit. ET CIRCA hunc ſemper, vt diximus, progreſſus ad Orientem perficiunt planetarum ad ſequentia, alteram hanc differentiam vniuerſalis motus neceſſarium erat conſtituere. Cum commemoraſſet ex quibus notionibus, & obſeruationibus ſtellæ accipiantur, non circa eoſdem polos æquinoctialis, circa quos, & primus motus abſoluitur ab Ortu ad Occaſum prædictam ab ea, quæ ſunt ad Oriẽtem, & ſequentia tranſpoſitionem facientes, quod relictæ ipſæ ſpectantur, & magis Boreales, & magis Auſtrales æquinoctiali factæ, dicit ſecūdā hāc differẽtiam vniuerſalis primi motus neceſſe eſſe conſtituere circa polos per medium zodiaci; & obliqui ad æquinoctialem perficientem. Quoniam circa talem circulum motus fieri deprehenduntur. Si quis autem diceret, etian. circa hos polos ſecundæ lationis perfectæ ad eadem primæ lationi fieri progreſſionem, & per defectum apparere ſtellarum receſſiones ad Orientem, continget quidem, Sole, vt diximus, lato partes 3 ; 9 in obliquo circulo ſingulis diebus & magis Borealem, & magis Auſtralem in ipſo æquinoctiali apparere Solem, ſimiliter & Lunam, & quinque planetas, & magis Boreales, & magis Auſtrales, & in ipſo per medios. Et præterea, exempli cauſa, Solem ad Borealia oriri, ad Auſtralia occidere

dere, quod non videtur contingere. SI IAM COGITEMVS per vtrumque polum prædictorum circulorum deſcriptum maximum circulum, & quæ ſequuntur. Si igitur intelleximus æquinoctialem & illum, qui per medium zodiacum, cùm maximi ſint, & ſeſe inuicem bifariam ſecent, & per diametrū adhuc, etiam per ipſos polos deſcriptum maximum circulum, manifeſtum quod bifariam ipſos ſecabit, & ad rectos angulos, & fient ad illum, qui per medium zodiaci ſectionum puncta quatuor, duo quidem quæ ab æquinoctiali & alia duo, quæ ab vtroque polo diſtantias quartæ partis ad inuicem diſtantes, eo quod per polos bifariam ſecent accepti ſemicirculi, tum illius, qui per medium tum æquinoctialis, atque duo quidem quæ ab æquinoctiali facta ad illum, qui per media vocentur æquinoctialia, quorum quod à Meridie ad Vrſas, ideſt ab Auſtris ad Borealia conſequentia, hoc eſt ad Orientem verſus tranſitum habens vocetur vernum, hoc autem eſt, quod accipitur à principio Arietis, contrarium autem, ideſt ſecundum diametrum, ſcilicet ab Vrſis ad Meridiem, habens Solis tranſitum autumnalem. Eſt autem etiam hoc in principio Piſcium, reliqua verò duo puncta facta ab illo, qui per vtrumque polum, & Zodiacum vocantur tropica, & ipſa iterum ad inuicem per diametrum, quorum hoc quidem à Meridie æquinoctialis hyemale appellatur, quod eſt inter Virginis principium, alterum verò ab Vrſis æſtiuum dicitur, quod rurſus eſt circa principium Cancri. Vt autem & per literas manifeſta nobis fiant in his progreſſibus prædictorum punctorum appellatio, Sit æquinoctialis quidem circulus ABGD, Zodiacus autē AEGZ, per polos autem ipſos deſcribatur maximus circulus BEDZ, & ſint Septentrionalia quidem quæ ad Z, Meridionalia autem, quæ ad E, Orientalia verò quæ ad G. quare quæ ſunt ex A, vt ad E, & ipſum G. ſequentia ſunt, erunt autem in Zodiaco puncta ſectionum quatuor AEGZ, quorum duo quidem quæ ab ipſo ABGD æquinoctiali & Zodiaco AEGZ per diametrum ad inuicem A G, appellata verò æquinoctialia, & quod quidem ab ipſo E, vt à Meridie ſcilicet à magis Auſtralibus ad Vrſas verſus ad ſequentia habens tranſitum, vernum appelletur, vt G. contrarium autem, hoc eſt, quod per diametrum, ſcilicet ab Vrſis ad Meridiem, quod eſt ab ipſo Z vt ad ſequentia. Rurſus autumnale, hoc eſt A, ſed B facta à Zodiaco AEGZ & ab illo, qui eſt per polos BEDZ, & ipſa per diametrum ad inuicem appellata autem tropica, quorum hoc quidem, quod ex Meridie æquinoctialis, hoc eſt E, hyemale appellatur, quod autem ab Vrſis per diametrum, ſcilicet Z æſtiuum. Intelligetur autumnus quidem & primus motus ſphæræ ſine ſtellis, omnium continentis, continens & circumagens ſphæras aſtrorum ab Ortu ad Occaſum, intellecto per vtrumq; prædictum polum circulo circumducto, & deſcribente, & definiente primam lationem, & reliqua omnia circumagente circa polos æquinoctialis, qui æquinoctialis poli aſcendentes ſunt in aliquo ſtante & permanente ad rectos angulos horizonti circulo, vt circa vnamquamque habitationem Meridionalis, qui hoc ſolo differt à circulo circumducto per vtrumque polum, eo quod non ſemper per polos obilqui, & zodiacum circulum deſcribatur, ſed ſolum quando Tropica puncta ſint in medio cœli, quia tunc congruit ſtans Meridianus circumacto circulo, & per vtrumque polum exiſtenti & eundem eidem fieri, Videlicet, ad rectos angulos zodiaco, quoniam & ambo tunc per polos exiſtentes æquinoctialis, & per contactum tropici ſunt. Ad hunc autem hic qui ſtat ad rectos angulos ſemper horizonti circulus vocatur Meridianus, quoniam hæc poſitio

maximi

maximi circuli ad horizontem, & hemiſphærium ſub terra, & ſupra terram, & etiam ſectiones parallelorum circulorum bifariam ſecat, & dierum, atque noctium media tempora compræhendit, hoc eſt, ſex horas dieī, & noctis. SECVNDA verò latio multi membris, quæ eſt ad Orientem, & ad ſequentia factus, & varius motus continens Lunæ, & Solis, & quinque planetarum, atque etiam fixarum, eo quod, vt diximus, hi accipiuntur circa centum annos ad ſequentia circa polos motus zodiaci per partem vnam, continentia quidem & circumlata à primo dicto motu ab Oriente ad Occidentem, è contrario verò circumagitur, & ſimul circundans ſphæras ſtellarum ad contrarium, vt ab Occidente ad Orientem circa polos zodiaci, qui ſemper manent ad primum motum circumferentis circuli, hoc eſt illius circumducti per vtrumque polum, & circumducatur meritò cum ipſo in ipſo manentes, & ad contraria cum ſecundo motu eandem poſitionem obſeruant, deſcripti circa ipſos ex facta ſecunda latione maximi, & obliqui circuli ad æquinoctialem, quoniam & ſemper eandem inclinationem, ſcilicet obliquitatem accipiunt obſeruantes partium exiſtentem 23. ſi 20, quantum & poli æquinoctialis ab illis zodiaci diſtauerint. Dixit autem ſphæras Solis, & Lunæ, & quinque planetarum circumduci ad contraria primæ lationis circa polos illius, qui per medium zodiacum, & ſi in toto negotio ipſis acceptis, & non ſphæris ipſis. Simpliciorem faciens orationem, nihil enim differt ad conſonantiam apparentium ſiue ipſos, ſiue ſphæras ipſorum ſupponeret quis moueri.

PTOLEMAEVS

De particularibus intelligentiis.

CAP. IX.

VNiuerſalis igitur compræhenſio tanquam per capita talem haberet expoſitionem eorum, quæ præmittenda erant, cum autem incepturi ſimus à particularibus demonſtrationibus, quarũ primam exiſtere iudicamus, per quam media prædictorũ polorum circumferentia maximi per hos deſcripti circuli, quanta ſit compræhenditur, neceſſarium videmus præponere tractationem quantitatis rectarum, quæ in circulo, ſemel cum ſimus ſingula linealiter demonſtraturi.

THEONIS

De particularibus intelligentiis.

CAP. IX.

CVm autem tractaſſet perfectè ex communibus ſententijs, & ex conuenientiis ad apparentia, quæ tanquam ratione principij mathematicæ ſpeculationis debet per capita præſumi, & iccirco dixit, firmandas quidẽ & teſtimonio credẽdas perfecte ex demõſtrationibus ſequẽtibus ſecũdũ partẽ, incipiẽs ex his q̃ ſecundũ partẽ, & ſũmatim colligẽs, q̃ antea dicta ſunt, dicit, VNIVERSALIS igitur intelligentia, & cætera. Vniuerſalis quidẽ & principalis intelligant tanquam per capita ex ſimplicioribus obſeruationibus ab ipſo capta hoc modo ab ipſo in figura oſtenſa eſt. In demonſtrationibus autem ſecundum partem primam putat fore demonſtrationem, per quam intermediam duorum polorum, & æquinoctialis, circa quem prima latio fit, & zodiaci circa quem ſecunda fit, quanta quædam exiſtat, hoc eſt, quantarum eſt partium, vt in maximo circulo deſcripto per vtrumque dictorum polorum, qualium ipſe circulus 360. Adhuc autem inquit. Ante hanc demonſtrationem neceſſario videmus præponere tractationem rectarum in circulo, hoc eſt, quonam modo data aliqua circumferentia magnitudini, & extenſa recta data eſt. Præponit autem hanc, tanquam illa, quæ plurimum conducit ad lineares demonſtrationes, plura euim in theorematum conſtructione per ipſam oſtendit.

PTOLEMAEVS.

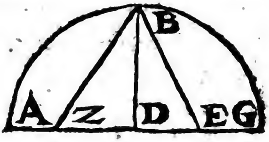
De quantitate rectarum in circulo.

CAP. X.

AD faciliorem igitur vſum regularem quandam poſt hæc expoſitionẽ faciemus: quantitatis ipſarum, perimetrum quidem in 360 partes diuidentes, addentes autem ad dimidiatam partem incremẽta circumferentiarum, quæ ſubtendunt rectas lineas, ideſt, quot ſunt partium, vt diametri diuiſa in 120 partes ob facilitatem numerorum, quæ apparebit

ex

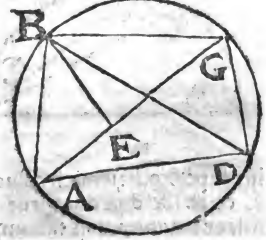
ex ipſis calculis, primum autem demonſtrabimus quomodo, vt maxime licet, per pauca & eadem theoremata facilem & methodicam intelligentiam ad quantitates ipſarum faceremus, ne ſolum expoſitas magnitudines rectarum habeamus ſine inquiſitione, ſed etiam per lineares demonſtrationes errorem facilius depræhendamus. Vniuerſaliter autem vtemur numerorum rationibus ſecundum ſexagenarium modum propter difficultatem fractionum. Præterea & multiplicationes, & diuiſiones ſequemur, quod proximè accedit ad veritatem, ſemper coniectantes & quærentes id, quod relinquitur, nulla re memoratu digna differat, ab eo, quod à ſenſu exacte depræhendi poſſit.



Sit igitur primum ſemicirculus ABG, ſitque diameter ADG circa centrum D, & ab ipſo D ipſi AG ad rectos angulos ducatur DB, & ſecetur multifariam DG ad E, & coniungatur EB, & apponatur ipſi æqualis EZ, & coniugatur ZB, dico quod quidem ZD eſt latus decagoni, BZ verò eſt latus pentagoni. Quoniam igitur recta linea DG diuiſa eſt bifariam ad E, & adiacet quædam ipſi recta DZ, rectangulum, quod continetur ab GZ, & ZD cum quadrato, quod fit ex ED, eſt æqualis quadrato, quod fit ex EZ, ideſt quadrato, quod fit ex BE. Quia æqualis eſt EB ipſi ZE, ſed quadrato quod fit ex EB æqualia ſunt quadrata, quæ fiunt ex ED, & DB, rectangulum quod continetur ſub GZ, & ZD, cum quadrato quod fit ex DE, æquale eſt quadratis, quæ fiunt ex ED & DB, & communi ablato

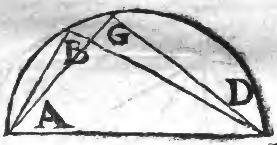
quadrato, q̄d fit ex ED, reliquũ rectangulũ, q̄d fit ſub GZ, ZD æquale eſt quadrato, q̄d fit ex DB, hoc eſt quadrato q̄d fit ex DG. Igitur GZ ſcd̄um extremã, & mediã rationẽ diuiſa eſt ad D. Qm̄ igitur exagoni & decagoni latus in eodẽ circulo deſcriptorũ in eadẽ recta ſecundũ extremã & mediã proportionẽ ſecatũ eſt, quæ autem GD, ex centro exiſtens ipſius exagoni continens latus, igitur DZ æqualis decagoni lateri. Similiter autem, quoniam pentagoni latus tantum valet, quantum exagoni, & decagoni in eodem circulo deſcriptorum, ipſius autem, BDZ rectanguli quadratũ, quod fit ex BZ, æquale eſt quadrato quod fit ex BD, quæ eſt exagoni latus, & quadrato quod fit ex DZ, quæ eſt decagoni latus. BZ igitur eſt æqualis pentagoni lateri. Quoniã igitur vt dixi, ſupponimus circuli diametrum partium 120. fit propter propoſita DE, dimidia exiſtens eius, quæ ex centro partium 30. & quod ab ipſa 900. & BD autem ex centro exiſtens partium 60. & quod ab ipſa 3600. quod autem ex EB, hoc eſt ex EZ eorundem 4500. longitudine igitur erit EZ partiũ 67.4.55. proximè, & reliqua DZ earundẽ 37. 4. 55. Decagoni igitur latus ſubtendens periferiam talium 36. qualinm eſt circulus 360. talium erit 37.4 55. qualium diameter 120. Rurſus qnoniam DZ partium eſt 37. 4. 55. & quod ab ipſa 1375.4.15. eſt autem & quod ex DB earundem 3600. qui numeri ſi componantur, faciunt quadratum, quod fit ex BZ, 4975.4.15. Longitudine igirur erit BZ partium 70.32. 3. proximè, & pentagoni igitur latus ſubtendens 72. partes, qualium circulus eſt 360, talium eſt 70. 32. 3. qualium diameter 120. Manifeſtum autem hinc, quod & exagoni latus ſubtendens autem partes 60. & æqualis exiſtens ipſi ex centro partium eſt 60. Similiter autem quoniam quadrati latus extendens partes 90. potentia duplex eſt eius, quæ ex centro, trianguli verò latus ſubtendens partes 120. potentia eſt eiuſdem triplum, quod verò ex centro, partium eſt 3600. colligetur quadratum, quod ex quadrati latere 7200. quod autẽ ex latere trianguli partium 10900. quare & longitudine recta ſubtendens erit 90. partium, talium erit 84.51. 10. proximè,

mè, qualium diameter 120. quæ verò 120. earundem 103. 55.23. Hæ quidem ſic nobis in promptu, & ſecundum ſe acceptæ ſint. Et hinc erit manifeſtum, quod datis rectis lineis in promptu, dantur etiam quæ ſubtendunt reſiduas periferias in ſemicirculo, propterea quod ab ipſis compoſita faciunt quadratum, quod fit ex diametro quemadmodum veluti recta ſub partes 36. pàrtium demonſtrata eſt 37.4.55. & quod ab ipſa 1375.4.15. quadratum verò diametri partium eſt 14450,4400. erit quod fit ex ſubtendente reſiduas partes in ſemicirculo 144 reliquarum partium 13024.55.44. ipſa verò longitudine earundem 114.7.37. proximè & in aliis ſimiliter, ſed quemadmodum ab his & reliquarum ſingulæ dabuntur, demonſtrabimus deinceps primum exponentes lemmatium accommodatum valdè ad præſentem tractationem.



Sit igitur circulus inſcriptum habẽs quadrilaterum quodcunque ABGD, & coniungantur lineæ AG, BD, demonſtrandum eſt, quod rectangulum contentum ſub AG, & BD æquale eſt ſimul vtriſque, & quod ſub AB, GD, & illi, quæ ſub AD, BG, Ponatur enim ei, quod ſub DBG angulo æqualis, quæ ſub ABE, ſi igitur communem addiderimus, quæ ſub EBD, erit & quæ ſub ABD angulus æqualis ei, qui ſub EBG, eſt autem & BDA, BGE æqualis, eandem

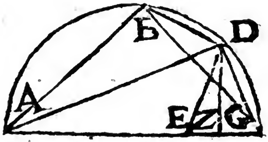
dem igitur ſectionem ſubtendunt, æquiangulum igitur eſt ABD triangulum triangulo BGE, quare & proportionaliter ſe habent, vt BG, ad GE, ſic BD ad DA, rectangulum igitur quod ſub BG, AD æquale eſt illi, quod ſub BD, GE. Rurſus quoniam æqualis eſt is, qui ſub ABE angulus ei, qui ſub angulo DBG, eſt autem & qui ſub BAE æqualis ei, qui ſub BDG, æquiangulum igitur eſt ABE triangulum triangulo BGD, proportionaliter igitur ſe habent, vt BA ad AE, ita BD ad DG, quod igitur ſub BA, DG, æquale eſt illi, quos ſub BD, AE, demonſtratum eſt autem & quod ſub BG, AD æquale illi, quod ſub BD, GE, & totum igitur quod ſub AG, BD æquale eſt ſimul vtriſque, & illi quod AD, BG & illi quod ſub AD, BG, quod oportebat demonſtrare.



Hoc igitur prius expoſito, ſit ſemicirculus ABGD ſupra diametrum AD, & ab A duæ ducantur AB, AG, & ſit vtraque ipſarum datæ magnitudinis talium, qualium diameter 120. & adnectatur BG, dico quod & ipſa data eſt, coniungantur enim BD GD, datæ igitur ſunt, videlicet & ipſæ, quod reſiduæ ſint earum in ſemicirculo. Quoniam igitur in circulo quadrilaterum eſt ABGD, quod igitur ſub AB, GD vnà cum eo, qui eſt AD, BG æquale eſt AG, BD, & eſt AG, BD datum. datum etiam quod ſub AB, GD, & & reliquum igitur ſub AD, BG datum eſt. Et eſt AD diameter, data igitur eſt & BG recta & manifeſtum nobis fuit, quod ſi dentur duæ circumferentiæ, & ſub ipſas rectæ datæ, eſt & recta ſubtendens exceſſum datarum circumferentiarũ.

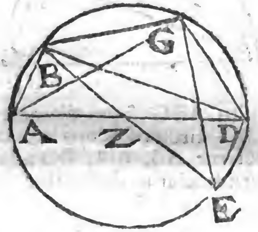
Per-

Perſpicuum autem quod per hoc theorema alias non paucas rectas inſcribemus ab exceſsibus datis in ipſis ſecundum ſe, & etiam quæ ſubtenditur 12. partibus, quandoquidem habemus eam, quæ ſub ſexaginta, & quæ ſub 72. harum proponatur aliqua recta in circulo, inuenire rectam ſub dimidio ſubtenſæ periferiæ.



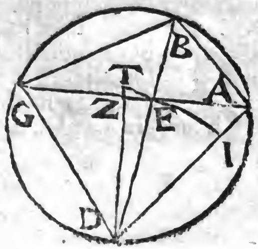
Ac ſit ſemicirculus ABG ſupra diametrum AG, & data recta GB & BG circumferentia bifariam ſecetur in pũcto D, & adnectatur AB, AD, BD, DG, & à punctis D ad AG perpendicularis deducatur DZ, dico quod GZ dimidia eſt exceſſus AB, AG. Ponatur enim ipſi AB æqualis AE, & coniugatur DE. Quoniam æqualis eſt AB ipſi AE, communis autem AD, duæ igitur AB, AD duabus AE, AD æquales ſunt, vtraque vtrique, & angulus qui eſt ſub BAD angulo, qui ſub EAD, æqualis eſt; & baſis igitur BD baſi DE æqualis eſt, ſed BD ipſi DG æqualis eſt, & DG igitur ipſi DE æqualis eſt. Quoniam igitur cum iſcoſceles ſit triangulum DEG à vertice ad baſim perpendicularis ducta eſt DZ, æqualis eſt EZ ipſi ZG, ſed EG totus exceſſus eſt AB, & AG rectarum, ergo ZG dimidia eſt earundem exceſſus, quare quoniam eius, quæ ſub ipſa circumferentia rectæ ſuppoſitæ, illinc datum eſt etiam reſiduum in ſemicirculo AB, dabitur etiam ZG, dimidia exiſtens exceſſus AG, & AB. Sed quoniam in rectangulo AGD perpendicularis ducta DZ, æquiangulum fit ADG ipſi DGZ & eſt vt DG ad GD, ita GD ad GZ. Rectangulum igitur EG, GZ contentum æquale eſt quadrangulo,

gulo,quod ex GD fit, quare & longitudine GD recta dabitur, dimidium ſubtendens BG circumferentiæ. Et per hoc rurſus theorema alia accipientur plurima ſecundum dimidias partes prædictarum, & quidem etiam à recta ſubteudente 12 partes, quæ ſub ſex, & quæ ſub 3. & quæ ſub vnam & dimidiam, & quæ ſub dimidio quartæ partis. Inueniemus autem ex ſupputationibus eam, quæ ſub vna & dimidia partiū talium 1 34. 15. proximè, qualium eſt diameter 120, eam verò, quæ ſub dimidio quartæ, earundem 8.47.8..



Sit rurſus circulus ABGD circa diametrum AD, centrum verò Z, & ab A ſumantur duæ circumferentiæ data vna poſt alternm AB, BG. & connectantur AB, BG ſub ipſas rectæ & ipſæ datæ, dico quod ſi coniungamus AG, dabitur & ipſa. Producatur enim per B diameter circuli BZE, & coniungantur BD, DG, GE, DE, Perſpicuum igitur hinc, quod per BG dabitur etiam GE, propter autem AB, dabitur BD, & DE, Et per eadem, quæ ſupra dicta ſunt. Quoniam in circulo quadrilaterum eſt BGDE, & productæ ſunt BD, GE, rectangulum contentum ſub productis æquale eſt vtriſque ſimul ſumptis in oppoſito latere poſitis, quare quia dato ſub BD, GE, datum eſt, quod ſub BG, DE, datum eſt igitur & quod ſub BE, GD, data eſt autem & BE diameter & reliqua, quæ ſub GD erit data. Et per hoc

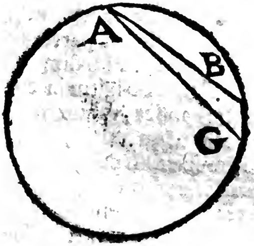
hoc etiam reſidua in ſemicirculo GA, quare ſi dentur duæ circumferentiæ, & quæ ſub ipſas rectæ, dabitur etiam recta ſubtendens per compoſitionem circumferentias vtraſque ſimul ſumptas per hoc theorema. Perſpicuũ autem, quod componentes ſemper vna cum ante expoſitis omnibus eam, quæ ſub partibus, & vna & dimidia, & coniunctas cõputantes omnes ſimpliciter inſcribemus, quotquot bis fiunt, tertiam partem habebunt, & ſolæ etiam reſiduæ erunt, quæ intermediæ erunt interuallorum per vnam & dimidiam partem, duæ in ſingulis, quandoquidem per dimidiam partẽ faciemus inſcriptionem. Quare ſi ſub dimidiã partem rectã inueniemus, hæc tùm per compoſitionem, tùm per exceſſum ad rectas datas & continentes interualla, & reliquas intermedias omnes nobis complebit. Quoniã verò data aliqua recta, vt ſub vna, & dimidia parte ſubtendens tertiũ eiuſdem eircumferentiæ per lineas non dabitur aliquo modo, ſi autem fieri poſſit, haberemus hinc & ipſam, quæ ſub dimidiam partem. Primum inueſtigabimus ipſam ſub vna parte, & ab ea, quæ ſub vna, & dimidia, & ab ea, quæ ſub dimidia quarta parte, ſupponentes lemmatium, quod & ſi minimè ad vniuerſum poſſit quantitates definire, in ita minimis poſſet obſeruare immutabilitatem à definitis. Dico etiam quod ſi in circulo producãtur inæquales duæ rectæ maior ad minorem rationem habet, quàm circumferentia ſuper maiore recta, ad eam quæ ſuper minore.



L Sit

Sit etiam circulus ABGD, & producantur in ipſo duæ rectæ inæquales, minor quidem AB, maior verò BG, dico quod GB recta ad BA rectam minorem rationem habet, quàm BG circumferentia ad BA circumferentiam. Secetur enim ABG angulus bifariam ſub BD & coniungantur AEG, & AD, & GD, Et quoniam qui ſub ABG angulus bifariam ſectus eſt ſub BED recta, æqualis quidem eſt GD recta ipb AD, maior autem GE ipſa EA, producatur igitur à puncto D perpendicularis ad AEG ipſa DZ. Quoniam igitur maior eſt AD ipſa ED, & ED ipſa DZ, circulus igitur centro D, interuallo DE deſcriptus AD ſecabit, ſupra cadet verò ipſum DZ. Deſcribatur igitur circulus IET, & producatur DZT, & quoniam ſector DET, maior eſt DEZ triangulo, triangulum verò DEA maiuſ eſt ſectore DEI, triangulum igitur DEZ ad triangulum DEA, maiorem rationem habet, quàm DET ſector ad ſectorem DEI, ſed vt DEZ triangulum ad DEA triãgulum, ſic EZ recta ad EA, vt autem DET ſector, ad DEI ſectorem, ſic ZDE angulus ad angulum EDA, igitur ZE recta ad EA minorem rationem habet, quàm ZDE, angulus, ad angulum EDA, & componenti igitur ZA recta ad rectam EA, minorem rationem habet, quàm ZDA angulus ad angulum EDA, & præcedentium dupla GA recta ad rectam EA, minorem rationem habet, quàm qui ſub GDA angulus ad angulum, qui ſub EDA, & diuidenti GE recta ad ipſam EA minorem proportionem habet, quàm qui ſub GDE angulus ad ipsũ, qui ſub EDA, ſed vt GE recta ad rectam EA, ſic GB recta ad rectã BA, vt autẽ GDB angulus ad angulum BDA, ſic GB circumferentia ad ipſam BA recta igitur GB ad ipſam BA minorem rationem habet, quàm GD circumferentia ad BA circumferentiam.

Hoc



Hoc igitur ſuppoſito, ſit circulus ABG, & producantur in ipſo duæ rectæ AB, & AG, ſupponatur verò primum AB ſubtendens vnius partis dimidiæ & quartæ, ipſa verò AG partem vnam. Quoniam AG recta ad BA rectam minorem rationem habet, quàm AG circumferentia ad ipſam AB, ſed AG circumferentia ſeſquitertia eſt ipſius AB, igitur GA recta ipſa BA minor eſt, quàm ſeſquitertia. Sed AB recta demonſtrata eſt talium o.47.8. qualium eſt diameter 120, igitur GA recta minor eſt eorundem 1.2.50. hæc enim ſeſquitertia proxima ſunt o.47.8. Rurſum in eadem deſcriptione AB recta ſupponatur ſubtendens partem vnam, AG verò partem vnam & dimidiam. Secundum eadem igitur. Quoniam AG circumferentia AB eſt ſeſquitertia, igitur GA recta ipſa BA minor eſt, quàm ſeſquialtera, ſed AG demonſtrauimus talium eſſe 1.34.15. qualium eſt diameter 120, igitur AB recta maior eſt earundem 1.2.50. horum enim ſeſquilatera ſunt propoſita 1.34.15. quarum quoniam earundem demonſtrata eſt, & maior & minor recta ſubtendens ipſam vnam partem, & hāc videlicet habebimus talium 1.2.50. proximè, qualium eſt diameter 120, & propter ante demonſtrata, & ipſam ſubdimidiam partem, quæ inuenitur earundem o.31.25 proximè, &

complebuntur reliqua, vt diximus, interualla, & ipſam quidem ad vnam & dimidiam partium. Verbi gratia, vt in primo interuallo ipſa inquam compoſitione dimidiæ partis demonſtratæ ipſius, quæ ſub duabus partibus ex exceſſu verò, quæ ad tres partes, & duarum cum dimidio dato. Similiter autem & in cæteris. Tractatio igitur in circulo rectarum ſic iudico facillimè tractari poſſet, vt autem, ſicut dixi, in qualibet neceſſitate in promptu quantitates habeamus rectarum expoſitas, regulam ſubiiciemus per verſus quadragintaquinque propter proportionem, quorum quidem primæ partes habebunt quantitates circumferentiarum per dimidiam partem auctas, ſecundæ verò quantitates rectarum adiacentium circumferentiis, vt diametri 120 partium ſuppoſitæ, tertiæ verò trigeſimam partem accretioni rectarum, ſecundum vnamquamque dimidiam partem, vt habentes vnius ſexageſimæ partis mediam interiectionem indifferentem ad ſenſum exquiſitæ, & inter medias partes facillimè componentes qualitates computare poſſimus, facile verò intelligi poteſt, quod per eadem & propoſita theoremata, & ſi in dubio ſimus erroris in ſcribendo circa aliquam in regula adiacentium rectarum, facilem faciemus inquiſitionem, & emendationem, vel ad ea ſubdupla circumferentia, quæ inquiritur, vel ab eo exceſſu ad alias quaſdam datarum, vel à recta ſubtendente reſiduam circumferentiam in ſemicirculo. Et eſt regulæ deſcriptio talis.

Ar-

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Pars	min.	Pars	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
0	30	0	31	25	2	2	50
1	0	1	2	50	1	2	50
1	30	1	34	15	1	2	50
2	0	2	5	40	1	2	50
2	30	2	37	4	1	2	48
3	0	3	8	28	1	2	48
3	30	3	39	52	1	2	48
4	0	4	11	16	1	2	47
4	30	4	42	40	1	2	47
5	0	5	14	4	1	2	46
5	30	5	45	27	1	2	45
6	0	6	16	49	1	2	44
6	30	6	48	11	1	2	43
7	0	7	19	33	1	2	42
7	30	7	50	54	1	2	41
8	0	8	22	15	1	2	40
8	30	8	53	35	1	2	39
9	0	9	24	54	1	2	38
9	30	9	56	13	1	2	37
10	0	10	27	32	1	2	35
10	30	10	58	49	1	2	33
11	0	11	30	5	1	2	32
11	30	12	1	21	1	2	30
12	0	12	32	36	1	2	28
12	30	13	3	50	1	2	27
13	0	13	35	4	1	2	25
13	30	14	6	16	1	2	23
14	0	14	37	27	1	2	21
14	30	15	8	38	1	2	19
15	0	15	39	47	1	2	17
15	30	16	10	56	1	2	15
16	0	16	42	3	1	2	13

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Pars	min.	Par.	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
16	30	17	43	9	1	2	10
17	0	17	44	14	1	2	7
17	30	18	15	17	1	2	5
18	0	18	46	19	1	2	2
18	30	19	17	21	1	2	0
19	0	19	48	21	1	1	57
19	30	20	19	19	1	1	54
20	0	20	50	16	1	1	51
20	30	21	21	12	1	1	48
21	0	21	52	6	1	1	45
21	30	22	22	58	1	1	42
22	0	22	53	49	1	1	39
22	30	23	24	39	1	1	36
23	0	23	55	27	1	1	33
23	30	24	26	13	1	1	30
24	0	24	56	58	1	1	26
24	30	25	27	41	1	1	22
25	0	25	58	22	1	1	19
25	30	26	29	1	1	1	15
26	0	26	59	38	1	1	11
26	30	27	30	14	1	1	8
27	0	28	0	48	1	1	4
27	30	28	31	20	1	1	0
28	0	29	1	50	1	0	56
28	30	29	32	18	1	0	52
29	0	30	2	44	1	0	48
29	30	30	33	8	1	0	44
30	0	31	3	30	1	0	40
30	30	31	33	50	1	0	35
31	0	32	4	8	1	0	31
31	30	32	34	22	1	0	27
32	0	33	4	35	1	0	22

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Pars	min.	Pars	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
32	30	33	34	46	1	0	17
33	0	34	4	55	1	0	12
33	30	34	35	1	1	0	8
34	0	35	5	4	1	0	3
34	30	35	35	6	0	59	57
35	0	36	5	5	0	59	52
35	30	36	35	1	0	59	48
36	0	37	4	55	0	59	43
36	30	37	34	47	0	59	38
37	0	38	4	36	0	59	32
37	30	38	34	22	0	59	27
38	0	39	4	5	0	59	22
38	30	39	33	46	0	59	16
39	0	40	3	25	0	59	11
39	30	40	33	0	0	59	5
40	0	41	2	33	0	59	0
40	30	41	32	3	0	58	54
41	0	42	1	30	0	58	48
41	30	42	30	54	0	58	42
42	0	43	0	15	0	58	36
42	30	43	29	33	0	59	31
43	0	44	48	49	0	58	25
43	30	44	28	1	0	58	18
44	0	45	57	10	0	58	12
44	30	45	26	16	0	58	6
45	0	45	55	19	0	58	0
45	30	46	24	19	0	57	54
46	0	46	53	16	0	57	47
46	30	47	22	9	0	57	41
47	0	47	51	0	0	57	34
47	30	48	19	47	0	57	27
48	0	48	48	30	0	57	21

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Pars	min.	Par.	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
48	30	49	17	11	0	57	14
49	0	49	45	48	0	57	7
49	30	50	14	21	0	57	0
50	0	50	42	51	0	56	53
50	30	51	11	18	0	56	46
51	0	51	39	42	0	56	39
51	30	52	8	0	0	56	32
52	0	52	36	16	0	56	25
52	30	53	4	29	0	56	18
53	0	53	32	38	0	56	10
53	30	54	0	43	0	56	3
54	0	54	28	44	0	55	55
54	30	54	56	42	0	55	48
55	0	55	24	36	0	55	40
55	30	55	52	26	0	55	33
56	0	56	20	12	0	55	25
56	30	56	47	54	0	55	17
57	0	57	15	33	0	55	9
57	30	57	43	7	0	55	1
58	0	58	10	38	0	54	53
58	30	58	38	5	0	54	45
59	0	59	5	27	0	54	37
59	30	59	32	45	0	54	29
60	0	60	0	0	0	54	21
60	30	60	27	11	0	54	12
61	0	60	54	17	0	54	4
61	30	61	21	18	0	53	56
62	0	61	48	17	0	53	47
62	30	62	15	10	0	53	39
63	0	62	42	0	0	53	30
63	30	63	8	45	0	53	22
64	0	63	35	25	0	53	13

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Pars	min.	Pars	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
64	30	64	2	52	0	53	4
65	0	64	28	34	0	52	55
65	30	64	55	1	0	52	46
66	0	65	21	24	0	52	37
66	30	65	47	43	0	52	28
67	0	66	13	57	0	52	19
67	30	66	40	7	0	52	10
68	0	67	6	12	0	52	1
68	30	67	52	12	0	51	52
69	0	67	58	8	0	51	43
69	30	68	23	59	0	51	33
70	0	68	49	45	0	51	23
70	30	69	15	27	0	51	14
71	0	69	41	4	0	51	4
71	30	70	6	36	0	50	55
72	0	70	32	3	0	50	45
72	30	70	57	26	0	50	35
73	0	71	22	44	0	50	26
73	30	71	47	56	0	50	16
74	0	72	13	4	0	50	6
74	30	72	38	7	0	49	56
75	0	73	3	5	0	49	46
75	30	73	27	58	0	49	36
76	0	73	52	46	0	49	26
76	30	74	17	29	0	49	16
77	0	74	46	7	0	49	6
77	30	75	6	39	0	48	55
78	0	75	31	7	0	48	45
78	30	75	55	29	0	48	34
79	0	76	19	46	0	48	24
79	30	76	43	58	0	48	13
80	0	77	8	5	0	48	3

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Pars	min.	Par.	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
80	30	77	32	6	0	47	52
81	0	77	56	2	0	47	41
81	30	78	19	52	0	47	31
82	0	78	43	38	0	47	20
82	30	79	7	18	0	47	9
83	0	79	30	52	0	46	58
83	30	79	54	21	0	46	47
84	0	80	17	45	0	46	36
84	30	80	41	3	0	46	25
85	0	81	4	15	0	46	14
85	30	81	27	22	0	46	3
86	0	81	50	24	0	45	52
86	30	82	13	19	0	45	40
87	0	82	36	9	0	45	29
87	30	82	58	54	0	45	18
88	0	83	21	33	0	45	6
88	30	83	44	4	0	44	55
89	0	84	6	32	0	44	43
89	30	84	28	54	0	44	31
90	0	84	51	10	0	44	20
90	30	85	13	20	0	44	8
91	0	85	35	24	0	43	57
91	30	85	57	23	0	43	45
92	0	86	19	15	0	43	33
92	30	86	41	2	0	43	21
93	0	87	2	42	0	43	9
93	30	87	24	17	0	42	57
94	0	87	45	45	0	42	45
94	30	88	7	7	0	42	33
95	0	88	28	24	0	42	21
95	30	88	49	34	0	42	9
96	0	89	20	39	0	41	57

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Pars	min.	Pars	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
96	30	89	31	37	0	41	45
97	0	89	52	27	0	41	33
97	30	90	13	15	0	41	21
98	0	90	33	55	0	41	8
98	30	90	54	29	0	40	55
99	0	91	14	56	0	40	42
99	30	91	35	17	0	40	30
100	0	91	55	32	0	40	17
100	30	92	15	40	0	40	4
101	0	92	35	42	0	39	52
101	30	92	55	38	0	39	39
102	0	93	15	27	0	39	26
102	30	93	35	11	0	39	13
103	0	93	54	47	0	39	0
103	30	94	14	17	0	38	47
104	0	94	33	41	0	38	34
104	30	94	52	58	0	38	21
105	0	95	12	9	0	38	8
105	30	95	31	13	0	37	55
106	0	95	50	11	0	37	42
106	30	96	9	2	0	37	29
107	0	96	27	47	0	37	16
107	30	96	46	24	0	37	3
108	0	97	4	56	0	36	50
108	30	97	23	20	0	36	36
109	0	97	41	38	0	36	23
109	30	97	59	49	0	36	9
110	0	98	17	54	0	35	56
110	30	98	35	52	0	35	42
111	0	98	53	42	0	35	29
111	30	99	11	27	0	35	15
112	0	99	29	5	0	35	1

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Pars	min.	Par.	min.	Sec.	min.	Sec.	Ter.
112	30	99	46	35	0	34	48
113	0	100	3	59	0	34	34
113	30	100	21	16	0	34	20
114	0	100	38	26	0	34	6
114	30	100	55	28	0	33	52
115	0	101	12	25	0	33	39
115	30	101	29	15	0	33	25
116	0	101	45	57	0	33	11
116	30	102	2	33	0	32	57
117	0	102	19	1	0	32	43
117	30	102	35	22	0	32	29
118	0	102	51	37	0	32	15
118	30	103	7	44	0	32	0
119	0	103	23	44	0	31	46
119	30	103	39	27	0	31	32
120	0	103	55	23	0	31	18
120	30	104	11	2	0	31	4
121	0	104	26	34	0	30	49
121	30	104	41	59	0	30	35
122	0	104	57	16	0	30	21
122	30	105	12	23	0	30	7
123	0	105	27	30	0	29	52
123	30	105	42	26	0	29	37
124	0	105	57	14	0	29	23
124	30	106	11	55	0	29	8
125	0	106	26	29	0	28	54
125	30	106	40	56	0	28	39
126	0	106	55	15	0	28	24
126	30	107	9	27	0	28	10
127	0	107	23	32	0	27	56
127	30	107	37	30	0	27	40
128	0	107	52	20	0	27	25

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Par.	Min.	Par.	Min	Sec.	Min.	Sec.	Ter.
128	30	108	5	2	0	27	10
129	0	108	18	57	0	26	56
129	30	108	32	5	0	26	41
130	0	108	45	25	0	26	26
130	30	108	58	38	0	26	11
131	0	109	11	44	0	25	56
131	30	109	24	42	0	25	41
132	0	109	37	32	0	25	26
132	30	109	50	15	0	21	11
133	0	110	2	50	0	24	56
133	30	110	15	18	0	24	41
134	0	110	27	39	0	24	26
134	30	110	39	42	0	24	10
135	0	110	51	57	0	23	55
135	30	111	3	54	0	23	40
136	0	111	15	44	0	23	25
136	30	111	27	26	0	23	9
137	0	111	39	1	0	22	54
137	30	111	50	28	0	22	39
138	0	112	1	47	0	22	24
138	30	112	12	59	0	22	8
139	0	112	24	3	0	21	53
139	30	112	35	0	0	21	37
140	0	112	45	48	0	21	22
140	30	112	56	29	0	21	7
141	0	113	7	2	0	20	51
141	30	113	17	25	0	20	36
142	0	113	27	44	0	20	20
142	30	113	37	54	0	20	4
143	0	113	47	56	0	19	49
143	30	113	57	50	0	19	33
144	0	114	7	37	0	19	17

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Par.	Min.	Par.	Min.	Sec.	Min.	Sec.	Ter.
144	30	114	17	15	0	19	2
145	0	114	26	46	0	18	46
145	30	114	36	9	0	18	30
146	0	114	45	24	0	18	14
146	30	114	54	31	0	17	59
147	0	115	3	30	0	17	43
147	30	115	12	22	0	17	27
148	0	115	21	6	0	17	11
148	30	115	29	41	0	16	55
149	0	115	38	9	0	16	40
149	30	115	46	29	0	16	24
150	0	115	54	40	0	16	8
150	30	116	2	44	0	15	52
151	0	116	10	40	0	15	36
151	30	116	18	28	0	15	20
152	0	116	26	8	0	15	4
152	30	116	33	40	0	14	48
153	0	116	41	4	0	14	32
153	30	116	48	20	0	14	16
154	0	116	55	28	0	15	0
154	30	117	2	28	0	13	44
155	0	117	9	20	0	13	28
155	30	117	26	4	0	13	12
156	0	117	22	40	0	12	56
156	30	117	29	8	0	12	40
157	0	117	35	28	0	12	24
157	30	117	41	40	0	12	7
158	0	117	47	43	0	11	51
158	30	117	53	39	0	11	35
159	0	117	59	27	0	11	19
159	30	218	5	7	0	11	3
160	0	118	10	37	0	10	47

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Par.	Min.	Par.	Min.	Sec.	Pri.	Sec.	Ter.
160	30	118	16	1	0	10	31
161	0	118	21	16	0	10	14
161	30	118	26	23	0	9	58
162	0	118	31	22	0	9	42
162	30	118	36	13	0	9	25
163	0	118	40	55	0	9	9
163	30	118	45	30	0	8	53
164	0	118	49	56	0	8	37
164	30	118	54	15	0	8	20
165	0	118	18	25	0	8	4
165	30	119	2	26	0	7	48
166	0	119	6	20	0	7	31
166	30	119	10	6	0	7	15
167	0	119	13	44	0	6	59
167	30	119	17	13	0	6	42
168	0	119	20	34	0	6	26
168	30	119	23	47	0	6	10
169	0	119	26	52	0	5	53
169	30	119	29	49	0	5	37
170	0	109	32	37	0	5	20
170	30	119	35	17	0	5	4
171	0	119	37	49	0	4	48
171	30	119	40	13	0	4	31
172	0	119	42	28	0	4	14
172	30	119	44	35	0	3	58
173	0	119	47	35	0	3	42
173	30	119	48	26	0	3	26
174	0	119	50	8	0	3	9
174	30	119	51	43	0	2	53
175	0	119	53	10	0	2	36
175	30	119	54	27	9	2	20
176	0	119	55	38	0	2	3

Arcuum		Chordarum			Trigeſimarum		
Par.	Min	Par.	Min.	Sec.	Pri.	Sec.	Ter.
176	30	119	56	39	0	1	47
177	0	119	57	32	0	1	30
177	30	119	58	18	0	1	14
178	0	119	58	55	0	0	57
178	30	119	59	24	0	0	41
179	0	119	59	44	0	0	25
179	30	119	59	56	0	0	9
180	0	120	0	0	0	0	0



THEON.

De quantitate rectarum in circulo.

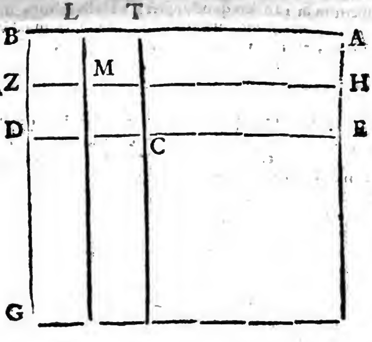
CAP. X.

POST intelligentiam igitur talis negotij, & per conſtructiones regularum ipſam exponit, vt ſi quando inquireremus conſiderationes ad eas, quæ ſecundum, hoc eſt, à circunferentijs rectas accipere, vel à rectis circunferentias in promptu poſſimus computari, & non ſemper per lineas hoc facientes tempus conteramus. Quoniam autem oportebat magnitudines rectarum, & circunferentiarum definitas quaſdam eſſe, ſupponit circulum quidem diuidi ad æquales gradus 360. & vocat vnamquamque diſtantiam ſecundum poſitionem, diametrum verò; ad æquales ſectiones 120. & hæc vocat etiam ſimiliter ſecundum poſitionem, vt quidem circunferentiarum ſint magnitudines, ſcilicet circulus 360. ractarum verò qualium diameter 120. vtitur autem ad expoſitionem regulæ augumento ſecundum ſemicirculum circunferentiarum apponens ipſis adiacentes ipſas magnitudines rectarum extenſarum, talium, qualium diameter 120. Diuiſi autem, inquit, diametrum in 120. eo quod appareat ex ipſis calculis in numeris optimum, conueniens autem erat magis ipſum vti diuiſione tali, eo quod vtilis eſt ipſi ad multas demonſtrationes quantitas, quæ eſt ex centro, commodiorem verò in omnibus numeris eſſe 60. eo quod habet plures minores omnibus aliis exiſtentes, & eſt omnibus magis in proptu, idcirco & diametrum ad 120 diuiſit, vt habeant lineam ex centro 60.

PRIMVM autem demonſtrabimus, quomodo maxime licet, & quę ſequuntur. Oſtenſum igitur eſt ab Hipparco volumen rectarum in circulo in duodecim libris, adhuc autem à Menelao in ſex libris, admirari autem licet hominem, quomodo facillime per pauca, & in promptu theoremata ad inuenit quantitates ipſarum. Et poſtquam per quædam lemmatia breuia, quæ maxime vtilia ſunt ad Theorematum intelligentiam quantitatis rectarum, deinde & per eadem oſtendit per quęſtionem regulæ factam, quomodo non ſolum ex deſcriptionibus ſine vlla inquiſitione habeamus magnitudines poſitas, ſed etiam per linearem demonſtrationem inquiramus ipſas, vt etiam ſi circa aliquem numerorum comprehenſorum in regula aliquis error deſcriptionis fiat, facile per ipſas lineas corrigamus.

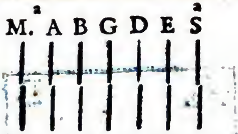
VNIVESALITER autem vtemur numerorum rationibus. Hic iterum facilitati conſulens, vult nos partes particularum ad ſexaginta accipere, vt primum particulam diſſoluentes ad ſexaginta in multiplicationibus, verbi gratia, nos pro multiplicando 6. 4. 20. in ſe ipſum, quod non minimam difficultatem habet, comprehendit 48. ſexaginta multiplicamus non ſolum verò particulas diſſoluere ad prima ſexaginta, ſed etiam prima ad ſecunda, & ſecunda ad tertia, & tertia ad quarta, & deinceps conſequenter, quatenus ipſi vtile videtur.

PRAETEREA, & multiplicare, & diuidere ſequemur. Via doctrinę exiſtente, modo prænotare nos pauca non de multiplicationibus, tum etiam de diuiſionibus, quibus manifeſtiorem inquiremus in proprijs locis in ipſorum numerorum ordine, prę oculis magis, quę dicuntur, & conſequens iam eſſet, & hic pręmanifeſtare, quæ ſpecies ſunt, quæ fiunt partiũ multiplicatarum ad particulas, & ad primas ſexageſimas, & ad ſecunda, & tertia, & quarta, & deinceps conſequenter. Particula igitur in multiplicationibus ſecundum ſpeciem vnitatis ordinem retinens, intranſmutabilis eſt, quemadmodum vnitas ad numerum ternarium, exempli gratia multiplicata, ipſum tertium numerum conſeruat, & per quaternarium ipſum quatuor, & ad ipſum 8, ipſum 8. quemadmodum Diophantus inquit, quoniam vnitate immutabili exiſtente, & ſemper manente, ſpecies multiplicata ad ipſam, ipſa ſpecies erit: eodem modo & particula ſupra quam ſpecies multiplicata fuerit, ipſa ſpecies ſeruat, quare particula quidem ſupra particulam multiplicata, particulam efficiet, ſupra prima ſexageſima, ſexageſima prima, ſupra verò ſecunda, ſecunda, ſupra verò tertia, tertia & deinceps conſequenter: ſupra verò partes particulę, non amplius tale inuenimus, vt deinceps oſtendemus. Rurſus enim quemadmodũ, ſecundum Diophantum, in multiplicationibus, partibus vnitaris, diuerſificantur ſpecies, tertia enim per ſe multiplicata, potentiale efficit nouem, & ſpeciem diuerſificat. Eodem modo, & hic partes particulę diuerſificant ſpecies, vt & hinc manifeſtum fiat, quod particula propriiſſimam ad vnitatem, & ſecundum partes obſeruat, & magis rationabiliter quidem. Vt autem & per lineas oſtendamus quę nam ſpecies factę ſint particularum multiplicatarum, ſupra prima, & ſecunda, & tertia ſexageſima, & conſequenter, & primum ſexageſimarum ad ſe ipſa, & ad ſecunda, & tertia, & conſequenter, atque etiam reliquarum.



Exponantur duę rectę ad rectas inuicem, quę ſint A B, B G, & ſit vtraque ipſarum particula vna, & compleatur A G, tetragonum. Erit igitur & ipſum particula vna, & diuidatur B G, ad æqualia ſexaginta, & ſit B G primę ſexageſimę A, educatur paral-

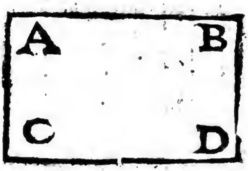
parallelus DE. Quoniam igitur eſt, vt GB ad BD, ita AG ad DA, ſexaginta, multiplicata GB ipſius BD, ſexaginta igitur multiplicata, & GA ipſius AD. Et eſt GA particula vna, ipſum DA igitur erit primum ſexageſimum vnum, & continetur ab AB particula vna exiſtente, & BD primæ ſexageſimæ, particula igitur ad primas ſexageſimas, primas ſexageſimas facit, ſimiliter etiam & ſi BZ accipiamus ſexageſimam partem ipſius BD; & per Z parallelum ducamus ZH, erit ZA ſecundæ ſexageſimæ vnum contentum ſub BA particula, & BZ duarũ ſexageſimarum, particula igitur ad ſexageſima ſecunda, ſecundas ſexageſimas facit, & ſimiliter ad tertiam, tertiam, & ad quartam, quartam, & conſequenter, dico igitur quod & prima ſexageſima ad prima ſexageſima ſecunda facit. Diuidatur, & AB ad ęqualia ſexaginta, & ſit ipſius vnius ſexageſimę BT, & ducatur per T, ipſi DBD, parallelus, quę ſit TC, erit igitur & BC, ſexageſima pars ipſius DA, & eſt DA primum ſexageſimum. BÇ igitur erit ſecundum ſexageſimum, & continetur ab ipſa TB, & BD vtraque exiſtente primæ ſexageſimæ, quod primę ſexageſimę ad prima, ſecunda facit. Rurſus igitur demonſtrandum, quod etiam prima ſexageſima ad ſecunda, tertia faciunt. Quoniam enim ipſum AZ ſecundę eſt ſexageſimæ, & eſt ipſius ſexageſima pars ZT, ipſa igitur ZT tertię eſt ſexageſimę, & continetur tùm ab ipſo TB exiſtente primę ſexageſimę, tùm ab ipſa BZ ſecunda, quam prima ſexageſima, & ſecunda, tertia faciunt. Præterea verò demonſtrandum, quod ſecunda ſexaginta ſupra ſecunda quarta faciunt. Accipiatur ipſius BT ſexageſima pars, quę ſit BL, erunt illud ſecunda ſexegeſima, & per ipſum L, ipſi BZ parallelus ducatur ipſa LM. Et quoniam ipſum ZT ſexaginta demonſtratum eſt tertię ſexageſimę, & eſt ipſius ſexageſima pars ipſum BM, ergo ipſum BM quartum ſexageſimum eſt, & continetur ab ipſis LB, & BZ vtraque exiſtente ſecundę ſexageſimæ, quare ſecunda ſexageſima ſupra ſecunda, quarta facit; & deinceps ſimiliter, ſectione rectarum vtentes, inueniemus ſpecies in reliquis ſexageſimis. Cum demonſtratum à nobis ſit, quod particula ſupra quamcunque ſpeciem multiplicata fuerit, ipſam ſpeciem ſeruat, hoc eſt, ſiue ſupra ſexageſima prima ſexageſima, ſiue ſecunda, ſecunda ſiue ſupra tertia, tertia, & deinceps demonſtrab mus per proportionem ſpecies ex multiplicatione ipſarum ſexageſimarum factas, per numeros demonſtrantes. Quia etiã Ptolemæus in multiplicationibus ipſum inquit num factum proijciemus.



Et exponatur, vt ſubſcriptum eſt, ſecundum illud quod ſequitur, & partialem magnitudinem, & ſexageſimarum magnitudinem. Quoniam igitur tertij numeri proportionales ſunt, vt particula ad vnum ſexageſimum ſe habet, ita primum ad ſecundum, vnaquęque enim ſpecies cuiuſque ſexaginta multiplex eſt, pars igitur a primo, & tertio ęqualis eſt ei, quæ à ſecundo, hoc eſt, quod à particula, & ſecundi ſexageſimi, æquale eſt ei, qui à prima ſexageſima, ſed quod eſt à parte & ſecundæ ſexageſimarum ſecundas facit ſexageſimas, quandoquidem, vt oſtendebamus, particula ſupra quam ſpecies multiplicata fuerit, ipſam ſpeciem facit, & prima igitur ſexageſima, ad prima ſexageſima, ſecunda ſexageſima faciunt. Oſtendendum quod & prima ſexageſima ad ſecunda, tertia faciunt, rurſus enim quoniam ſicut ſe

 ha-

habet particula ad prima ſexageſima, ita ſecunda ad tertia, quod igitur à primo, & quarto æquale eſt parti à ſecunda, & tertia, igitur quod à particula & tertiarum ſexageſimorum æquale eſt ei, quī à primis, & ſecundis ſexageſimis. ſed quod à particula, & tertijs ſexageſimis tertia facit, & quod à primis itaque, & ſecundis ſexageſimis tertia facit. Adhuc verò prima ad tertia, quarta facit hoc modo. Quoniam enim ſicut ſe habet pars ad prima ſexageſima, ſic tertia ad quarta, quod igitur à particula, & quartis ſexageſimis æquale eſt illi, quod à prima, & tertia ſexageſima, ſed quod à particula, & quarta ſexageſima, quartos facit ſexageſimas, & prima igitur ſexageſima ad tertia, quarta facit. ſimiliter verò prima ad quarta quidē quinta facit, ſupra verò quinta, ſexta, & deinceps. Rurſus verò demonſtrandum, quod ſecundū ad ſecunda quarta faciunt. Quonā enim ſicut ſe habent prima ſexageſima ad ſecunda ita ſecunda ad tertia, quod igitur à primis, & tertiis æquale eſt illi, quod à ſecundis, ſed quod à primis, & tertiis demonſtrauimus, quod quartam facit, & ſecunda igitur ad ſecunda quartas facit. Oſtendendum itaq; quod & ſecunda ad tertiā, quintas facit. Quoniam enim eſt, vt ſe habet prima ſexageſima ad ſecunda, ſic tertia ad quartū, quod igitur à primis, & quartis æquale eſt ei, quod à ſecundis, & tertiis, ſed quod à primis, & quartis oſtenſum eſt ſexageſima quinque, & ſecunda, itaque ſexageſima ad tertia ſexageſima quinque facit. Similiter verò, & ſecunda ſexageſima ad quartam quidem ſexta faciunt, ſupra verò quintā, ſeptimam, & deinceps conſequenter. Adhuc tamen tertia ad tertia multiplicata ſexta faciunt ſexageſima. Quoniam enim rurſus, ſicut ſe habent ſecunda ſexageſima ad tertia, ſic tertia ad quarta, quæ igitur à ſecundis, & quartis fiunt, æqualia ſunt illi, quod à tertiis, quę verò ſub ſecunda & quarta, oſtendimus ſexta eſſe ſexageſima, & tertia igitur ſexageſima ad ſe multiplicata ſexta faciunt ſexageſimas. Adhuc etiam tertia ſexageſima ſupra quarta, & ſeptima, & deinceps conſequenter. Et multiplicationibus explicatis à nobis manifeſtæ ſunt diuiſiones propoſitarum ſpecierum, Prima enim ſexageſima circa particulas diuiſā, hoc eſt iuxta appoſita, prima ſexageſima faciunt, circa varò prima ſexageſimas particulas, duo verò ſexageſima circa particula iuxta appoſita, duo ſexageſima facient, circa verò prima ſexageſima, prima, tertia verò ſexageſima, circa particulas iuxta poſitas tertias ſexageſimas facient, propè prima ſexageſima, ſecunda ſexageſima, prope ſecunda, prima, & de reliquis.



Ideſt Sit A D ſpatium ſexageſima prima, atque A B particula, manifeſtum eſt igitur, quod ſi A D ſpatium propè appoſuerimus circa ipſum A B, faciet ipſum A C ſexageſima prima. Quoniam & particula ad prima ſexageſima multiplicata prima facit, ſi verò

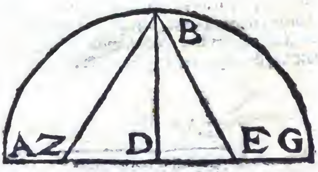
propè

propè A G prima ſexageſima exiſtentia ipſam particulam exiſtentem. Rurſus ſit A D ſpatium ſecunda ſexageſima, manifeſtum igitur rurſus, quod ſi circa ipſam A B particula expoſita, apponatur ſpatium AD, ipſa AG ſecunda ſexageſima faciet; quia enim particula ad ſecunda ſexageſima, ſecunda faciunt. Si verò circa ipſum AG ſexageſima ſecunda exiſtente, ipſam AB facient particulam. Si verò ipſius AB prima exiſtente ſexageſima apponatur ipſum AD ſpatium iuxta particulam A B, ipſam AG facient, prima rurſus ſexageſima, quoniam & prima ſexageſima ad prima ſecundam facit. Rurſus ſit AD ſpatium tertii ſexageſimi. Si igitur rurſus AB particula exiſtente, apponamus ipſum AD iuxta AB, erit ipſa AG tertium ſexageſimum. Si verò propè AG tertia ſexageſima exiſtentia inuenietur ipſa A B particula. Si verò AB prima ſexageſima fuerit, inuenietur AG ſecunda, & ſimiliter in aliis. Adhuc verò demonſtrabimus, & quomodo tribus ſpeciebus datis, hoc eſt, particulis, & prima ſexageſima & ſecunda ex multiplicatione ipſorum conflatus numerus accipietur, & è conuerſo, quomodo numero aliquo dato ipſarum trium ſpecierum, vel etiam plurium, diuiſio, hoc eſt, appoſitio ipſius fit ſecundũ dictas ſpecies, & neceſſe ſit in compoſitione num. tale ingredi. Eſto igitur nos accipientes latus decagoni, vt demonſtrabitur eſſe partem 37. 4. 55. ad ſeipſum facere, expono ipſam, & rurſus ipſam ſub ſe ipſa, vt ſubſcriptum eſt, & prius multiplicans particulas 37. ad ſe ipſas, ſupra prima, & ſecunda ſexageſima, deinde quarta prima ſexageſima, & ſupra particulas triginta ſeptem, & ad ſe ipſam, & ad ſecunda ſexageſima, & prætereà ipſa duo ſexageſima, & ad particulas, & ad prima ſexageſima; & ad ſe ipſam, ſic habeo multiplicationem ipſorum promptiorem aſſumptam. Particulę quidem 37. ad ſe ipſas multiplicatę colligunt particulas 1569. ſupra verò quarta prima ſexageſima prima, ſexageſima 148. & pręterea ſupra 55. ſecunda faciunt 2035. & pręterea quarta ad partes 37. faciunt 148. ad ſe verò 16. & ſupra 55. 60. faciunt tertia ſexageſima 220. Rurſus 55 ſecunda ſexageſima ad quidem partes 37. conſtituunt ſecunda ſexageſima 1035. ad verò quarta faciunt tertia 220. & pręterea ad 53. congregant quarta ſexageſima 3025. & eſt ordo numerorum, vt ſubſcriptum eſt. Coniunguntur hoc modo prius 3025. quarta ſexageſima, diuidentes circa numerum ſexageſimum facimus ſexageſima tertia quidem 50. quarta verò 25. deinde tertia ſexageſima cum quartis conſtitutis à diuiſione 50. facta omnia 490. faciunt ſecunda quidem 8. tertia vero 10. & conſequenter ſecunda congregata 4094. faciunt prima ſexageſima 68. & ſecunda 14. & pręterea prima ſexageſima congregata 364. faciunt partes ſex, & prima ſexageſima quarta, & faciunt omnes partes 1375. & ſexageſima quidem prima, quarta, ſecunda verò 14. 3. 10. 4, 25. Quare & addens ipſa Ptolemæus in iis, quæ ſequuntur, & atque ſecunda ſexageſima faciens additionem, adiecit 1375. 4. 14. proximè, tertia, & quarta relinquens. Similiter verò etiam ſi differentes ſint numeri multiplicantur. Sit autem & rurſus datum numerum diuidere, & ad partes, & prima, & ſecunda ſexageſima. Sit datum numerus.

37. 4. 55.
37. 4. 55.

1369. 148. 2035.
148. 16. 220
2035. 220
325.

1515. 20. 15. Et oportet diuidere ipſum per 25. 12. 10. hoc eſt inuenire quotuplex eſt 25. 12.10. in ipſo 1515. 20. 15. diuidimus ipſum primum per 60. quando quidem qui circa numerum 61. ſuper incidunt, & auferimus ſexagies numerum 25. & ipſum 12, & ipſum 10. & primum ipſum 25. & fiunt 1500. deinde reliquas partes 15. reſoluentes ad prima ſexageſima 900. & his addentes etiam 20. 1 & à productis 920. primorum ſexageſimorum auferentes ſexagies 12. hoc eſt 720. & præterea à reliquis primis ſexageſimis 200. & 2. 15. auferimus rurſus ſexagies 10. 2. fiunt ſecunda ſexageſima 600 vel prima 10. relictis primis ſexageſimis 190. & 2 & 15. Hęc rurſus incipientes diuidimus per 25. & fit diuiſio per 7. ſeper incidit etiam ſuper 8. & facta ex additione ſexageſima primi 175. auferimus ab ipſis 190. prima ſexageſima, Poſtea reliqua 15. prima ſexageſima reſoluentes ad ſecunda ſexageſima 90. & addentes ipſis 15. ex his productis auferimus ſepties ipſa duodecim primarum ſexageſimarum, hoc eſt 84 ſecunda ſexageſima, eo quod, & ſeptem prima ſexageſima ſunt, & relinquuntur ſecunda ſexageſima 831. Et præterea auferimus ſimiliter ſepties, & decem ſecunda ſexageſima, quę fiunt tertia ſexageſima 70. hoc eſt ſecunda prima, & tertia decem, & relinquuntur ſecunda ſexageſima 829. & 3. 50. Hæc rurſum circa ipſum 25. & fit diuiſio circa 33. Ex additione verò ſecundorum ſexageſimarum 825. & reliqua deprehenſa ſunt ſecunda ſexageſima 4. 3. autem 50. ſint verò 3. 200. 90. Deinde auferimus ter trigeſies ipſa 12. prima ſexageſima. & fiunt tertiæ 396, vt faciant ferë diuiſionem ipſorum 1515. 20. 15. ad ipſos 25. 12. 10. 60. 7. 33. quoniam è conuerſo ſi hęc multiplicauerimus ſuper 25. duodecim 10. colliguntur ſimiliter 1515. 20. 15. ferè, præſumentes igitur de iis, quę debentur pręſumi, hoc eſt, de multiplicatis partibus, & ſexageſimis, & pręterea de diuiſionibus ipſis deinceps de dicto negotio neceſſario pręexponi, dico quidem de rectis in circulo ſermonem faciemus. Incipiens igitur ab hac demonſtratione, exponit primum Theorema, in quo demonſtrat quot ſit partium & latus decagoni ſubtendens circunferentiam partium 36. & latus pentagoni ſubtendens circunferentiam partium 72. & pręterea latus exagoni ſubtendēs circunferentiam partium ſexaginta, & conſequenter latus quadrati ſubtendens circunferentiam partium 90. & pręterea latus trianguli ſubtendens circunferentiam partium 120. qualium circunferentia circuli 360. in rectis verò ſubtentis ipſa latera, ſcilicet diameter 120. vtitur demonſtratione vero ſic.



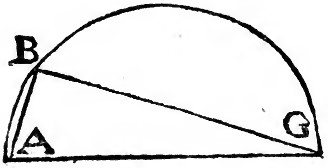
Ponens ſemicirculum A B G, circa diametrum AG, cuius centrum ſit D, & ex ipſo D; ipſi AG ad rectas ducens ipſam D B, & diuidens ipſam D G bifariam iuxta E, & adiungens BE, & æqualem ipſi BE aſſumens EZ, & adiungens rurſus ipſam E Z, dico

dico; inquit; quod DZ eſt latus decagoni, ipſa verò BZ pentagoni. Quoniam enim DG diuiſa eſt bifariam ad E, adiacet verò quædam recta ipſi ſuper rectam, quæ eſt DZ, ipſum rectangulum totum cum addita, & ipſius additæ cum quadrato ad dimidia, æquale eſt ipſi quod eſt ab adiuncta, & à dimidia, & ipſius additę, hoc eſt ipſum, quod eſt ſub GZ, ZD ſimul cum eo quod eſt ab ipſa DE, æquale eſt ipſi, quod eſt ab ZE, hoc eſt illi, quod eſt ex EB, quod eſt æquale illis, quæ ſunt ex BD, DE, quare quod ex GZ, ZD cum illo, quod ex DE, æquale eſt illis, quæ ex BD, DE, commune auferatur quod ex DE, reliquum igitur quod eſt ſub ipſis GZ, ZD, æquale eſt illi, quod ex DB, hoc eſt illi, quod ex DA, tres igitur rectæ proportionales ſunt, vt ipſa ZG, ad GD, ita GD ad ipſam DZ. Et quoniam GZ diuiſa eſt per æqualia in D, & eſt vt tota GZ ad maiorem partem GD, ita ipſa maior pars GD ad minorē DZ, ipſa igitur GZ ſecundum extremam, & mediam rationem diuiſa eſt ad ipſum D, & eſt maior ſectio, ipſum DG, æquale lateri exagoni, igitur DZ decagoni eſt latus, quoniam in elementis, quoniam ſi exagoni, & decagoni latus eorum, qui in eodem circulo componuntur, tota, recta, ſecundum extremam, & mediā rationem diuiſum eſt. Ipſe vero conuerſim accepit. Oſtendendū verò & ita, quod DZ æqualis eſt lateri decagoni, ſi enim non, vel maiore eſt, latere decagoni, vel minor. Eſto prius maior, & ponatur lateri decagoni æqualis DH, igitur HG ſecundum extremam, & mediam rationem diuiſa eſt, iuxta D, & eſt quemadmodum HG ad GD, ita GD ad DH, & quia maior eſt ZG ipſa HG, ZG ad GD maiorem proportionem habet, quàm HG. ad GD. Sed quemadmodum ZG ad GD ſe habet, ita GD ad DZ, vt vero HG ad GD, ita GD ad DH, igitur GD ad DZ maiorem proportionem habet, quàm ad DH. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud eſt minus, minor igitur DZ ipſa DH, quod abſurdum, non igitur DZ maior eſt latere decagoni. Similiter igitur demonſtrabimus quod neque minor. Igitur DZ decagoni eſt latus. Vel etiam hoc modo. Si enim latus DH decagoni eſt, & idcirco GZ ſecundum medium, & duo extrema diuiſa eſt, idcirco æquale eſt illi, quod ſub GZ, ZD æquale illi, quod ab DG. Similiter verò. & quod ſub GH, HD, æquale eſt illi, quod ex DG Quod igitur ex GZ, GD, æquale eſt illi, quod ſub GH, HD, quod abſurdum. Non igitur latus decagoni minor eſt ipſa DZ Si ſimiliter igitur demonſtrabimus quod neq; maior. æqualis igitur. Rurſus quia demonſtratum eſt in tertiodecimo elementorum quod latus pentagoni, poteſt quantum latus exagoni, & decagoni in eodem circulo deſcriptorum, poteſt verò ZB quantum BD, DZ, & eſt BD æquale lateri exagoni, DZ, verò æqualis lateri decagoni, igitur BZ pentagoni eſt latus. Quia igitur per linearem demonſtrationem oſtenſum eſt à nobis latus decagoni, & pentagoni, deinceps & inuentionem quantitatis ipſorum, excogitabimus qualium diameter eſt 120. Quia enim, vt dixit, ſubiacet diameter circuli 120. partium, eſſet quidem DG, 60. DE verò dimidia ipſius exiſtens 30. Et quod ab ipſa eſt 90. eſt autem & ipſa BD 60. & quod ab ipſa 3600. quæ igitur ex ipſis ED, DB, hoc eſt, quod ab ipſa BE, ipſorum ſupra idem congregatorum 4500. & longitudine igitur erit BE, hoc eſt EZ 67. 4. 55. ferè, vt deinceps theoremate demonſtrabimus, de inuentione lateris quadranguli verba facientes, eſt autem DE 30, & reliqua igitur DZ erit 37. 4. 55. ferè. latus igitur decagoni ſubtendens periferiam partium 36. qualium circulus eſt 360. etenim pars 36. decima pars eſt ipſorum 360. totius circuli, talium eſt 37. 4. 55. qualium diameter 120. Quia igitur DZ demonſtrauimus partium eſſe 37. 4. 55. erit etiam quod ab ipſa 1375: 4. 15. vt paulo ante multiplicationibus demonſtrauimus. Eſt autem quod ex DB, 3600. quæ ad idem compoſita faciunt quod ex ZB quadratum 4975. 4. 15. & longitudine igitur erit BZ 70. 32. 3. & latus pentagoni ſubtendens per eadem par-

tes

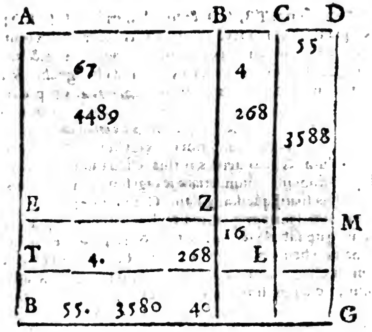
tes habebit 72. qualium eſt circulus 360. Talium erit 70. 32. 3. qualium diameter 120. Manifeſtum aũt quod, & latus exagoni ſubtendens partes 60. qualiũ eſt circulus 360. & æqualis exiſtens ipſi ex centro circuli, erit & ipſa partium 60. qualium diameter 120. Rurſus quia quadrati latus potentia duplum eſt ipſius ex centro, æquale enim poteſt duabus ex centro continentibus, quem extendit rectum angulum. Demonſtratum etiam eſt in decimotertio elementorum quod trianguli latus potentia ipſius eſt triplorum, & eſt quod ab ipſa quę ex centro 360. quod igitur ex latere quadranguli erit 7200. quod verò ex latere trianguli partem vnam & 11800. & longitudine igitur erit latus quadrati extendens partes 90. qualium circulus 360. partium 84. 51. 10. qualium diameter 120 latus verò quadranguli ipſum etiam ſubtendit circunferentias partium 120 eorundem 103. 55. 23.

Hęc igitur in promptu, & per ſe ipſas ex theorematibus in libro de elementis dentur. Per ſe ipſum dicit, quia vnaquęque horum ex propria, & vna propoſitione demonſtratum eſt, deinceps verò debet ex vna propoſitione plures excogitare. idcirco inquit. Et hinc manifeſtum eſt, quod omnibus datis rectis in promptu dantur etiam rectæ ſubtendentes reſiduas in ſemicirculo, quia quæ ex ipſis componuntur, faciunt quadratum ex diametro.



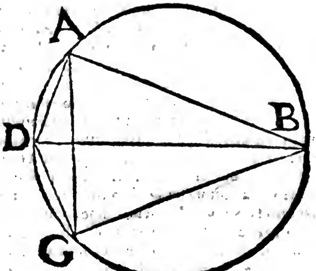
Si enim ſcribamus ſemicirculum, qui ſit ABG, ſuper diametrum AG, & accipiamus circunferentiam AB partes 36, & coniugamus A B, BG, erit, vt demonſtratum eſt, A B recta partium 37. 4. 55. & quod ab ipſa 1375. 4. 15. quod verò à diametro 10000. & 4400. & eſt angulus rectus ad ipſum B. Quod igitur ab ipſe A G, æquale eſt illis, quæ ex A B, B G. Si igitur ex AG, hoc eſt 10000. & 4400. auferamus quod ex ipſa A B, hoc eſt 1375 4. 15. relinquetur nobis quod ex ipſa B G 10000. 3000. 24 55. 45. ipſa verò BG, recta 114. 7. 37. quare BG ſubtendens etiam ipſa reliquas partibus 36. ad ſemicirculum partes 144. erit partium 144. 7. 37 qualium diameter 120. conſequenter verò rurſus cum eodem theoremate eadem demonſtratione vtentes, ſupponentes AB circunferentiam partium 72. & habentes eam quæ ſub ipſa recta, inueniemus & ſubtendentem reſiduum ad ſemicirculum partes 108 particularum 97. 4. 56. & ſimiliter ex illa, quæ ſub ſexaginta inueniemus illam ſub 120. 103. 55. 23. quorum diameter 120. His viſis conſequenter diſſerendum eſſet, quomodo dato aliquo ſpatio quadrangulo, non habente latus longitudinis rationalis proximum ipſius latus quadrati excogitabimus,

Et



Et eſt hoc manifeſtũ in habente latus rationale ex quarto theoremate ſecundi libri elementorum, cuius propoſitio talis eſt. Si recta linea diuidatur quomodocunque, quadrangulum ex tota, æquale eſt, quadratis quæ fiunt ex partibus, & rectangulo contento bis ex partibus. Si enim habentes datum numerum quadrangulum, vt 144. habentes latus rationale, vt ipſi A B rectam, & accipientes ipſo minus quadrangulum 100. cuius eſt latus 10. & ſupponentes AG, 10. multiplicantes ipſam, quia bis eſt, quod ex partibus ipſa 20. facta apponamus, circa reliqua 44. reſiduorum 4. erit quod ex GB, hęc vero longitudine 2, erat autem & ipſa AF 10. & tota igitur AB eſt partiũ 12. quod oportebat demonſtrare. Vt vero, & in aliquo numerorũ contentorum in compoſitione, manifeſtum nobis fiat diuiſio ſecundum partem ſub tractionũ, faciemus demonſtrationem ſupra 4500. numerum, cuius latus oppoſitium partium 67. 4. 55. Exponatur ſpatium quadrangulum ABGD, potentia ſolum rationale, cuius area ſit partium 4500. & oportet latus proximum illi quadratum excogitare. Quia igitur quadrangulum proximũ ipſi ſpatio 4500. latus habet rationale omnium partium eſt 4489. ex latere 67. auferatur ex ipſo quadrangulo ABD, quadrangulum AZ partium 4489, cuius latus eſt partium 67. reliquarum igitur BZD gnomon, erit patium ij. quas diſſoluentes ad prima ſexageſima 660. apponamus. Deinde duplicantes ipſam E Z, eo quod bis ſub E Z, quemadmodum ſupra rectas ipſi E Z, accipientes Z H praeter facta 124. apponemus 660. prima ſexageſima. Et factorum ex additione quatuor primarum ſexageſimarum, habebimus vtramque illarum ET, HC, & explentes T Z, Z C, parallelogramma, habebimus & ipſa 536 prima ſexageſima, videlicet vtrumque horum 268. deinde rurſus relicta 124. prima ſexageſima. reſoluentes ad ſecunda ſexageſima 7440. auferemus & Z L, ſupplementum factum ſexageſimam 2. 16 vt gnomonem circumponentes quadrangulo ex principio facto A Z, habemus A L quadrangulum ex lateris 67. 4. conſtitutum partium 44. 97 56. 16. & reliquum rurſus ipſum B L, L D gnomonem partium eſſe 2. 3. 44. hoc eſt ſecundorum ſexageſimorũ 74. 24. Adhuc igitur rurſus duplicantes ipſam T L, vt ſupra recta ipſi T L, ipſius L C & ſecundum facta 134. 8. diuidentes ipſam 7424. ſecunda ſexageſima factorum ex additione 55. proxime ſecundarum ſexageſimarum, habentes

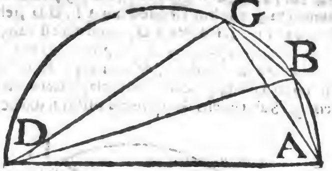
proxime vtramque ipſarum TB, GD, & ſupplentes ipſa B L, LD parallelograma habebimus, & ipſa ſexageſima ſecunda 7377. & tertia 20. vtrumque verò ſecunda 3688 & 3.40. remanebant autem & ſecunda ſexageſima 46.& 3.40. quæ ferè faciunt quadrangulum LG. Ex latere exiſtens 55. ſecunda ſexageſima, & habuimus latus ipſius ABGD quadranguli exiſtentis partium 450. 67. 4. 55. proximè, & vniuerſaliter ſi quærimus latus quadratum alicuius numeri, accipimus primum latus proximum quadranguli numeri, deinde hoc duplicantes ex circa factum numerum diuidentes reliquum numerum reſolutum ad prima ſexageſima ex facta ab ipſa addite ne auferimus quadrangulum, & reſoluentes rurſus reſidua ad ſecunda ſexageſima, & diuidentes per duplicationem partium etiam ſexageſima, habebimus ferè quæſitum numerum lateris ipſius ſpatij quadranguli. Cum igitur præoſtendiſſet circumferentias dictas rectarum extendentium quantitates, hoc eſt ipſius, quæ ſub 76. & illius, quæ ſub 72. & illius, quę ſub 60 & 90. & 120 & 144 & præcipuè illius quę ſub 108. Exponit lemmatium bene aptum ad illud, quod ex iis tranſit ad reliqua ſecundum facilius ad reliquorum intelligentiam. cuius propoſitio talis eſt. Si ad circulum quadrilaterum inſcribatur, rectangulum contentum ex lineis per angulos, æquale eſt vtriſque rectangulis ſimul acceptis, contentis à lateribus è regione ipſius quadrati. Et quoniam manifeſta eſt ad hoc expoſita demonſtratio ab ipſo; habet autem quandam leuem inſtantiam, eo quod fecerit ipſe demonſtrationem, ac ſi inęquales eſſent anguli facti ex ſectione anguli bifariam diuiſi. Ne vero theorema hoc prætermittamus, non ac ſi ęquales ipſę eſſent, demonſtrationem faciemus.



Sit enim circulus habens inſcriptum quadrilaterum A B G D. coniungantur poſitæ diagonii AG, BD, & æqualis ſit angulus ſub A B D ipſi angulo qui ſub G B D, dico quod rectangulum ex AG, BD contentum ęquale eſt vtriſque rectangulis ſimul con-

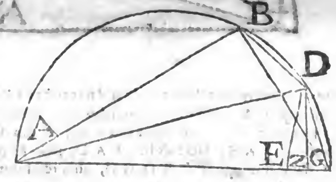
Ca-

ſentis ſub ipſis AB, GD, & BA, BG. Quoniam enim ęqualis eſt angulus A B D ipſi angulo G B D, eſt autem & angulus B DA ęqualis angulo BGA: nam ſupra eandem circumferentiam ipſius AB ſuperponuntur, reliquus igitur qui ſub BAD, reliquo qui ſub BZG eſt ęqualis, ęquiangulum igitur eſt AB D triangulum ipſi triangulo BGZ, eſt igitur vt BD ad ipſa D A, ita BG, ad G Z, rectangulum igitur contentum ſub B D, GZ ęquale eſt rectangulo contento ſub D A, B G. Rurſus quoniam ęqualis eſt, qui ſub ABD, illi qui ſub GBD, eſt autem ęqualis, qui ſub B A Z illis, qui ſunt B D G, manifeſtum igitur quod ęqualis eſt qui ſub BZA illi, qui ſub BGD, eſt igitur vt B D ad DG, ita B A ad AZ, quod igitur ſub ipſis B D, AZ ęquale eſt illi, quod ſub DG BA, oſtenſum autem & quod ſub B D, G Z æquale illi, quod ſub DA, BG. quod igitur ſub AG, B D ęquale eſt vtriuſque, & illis, quod ſub AB, DG, & illi, quod ſub A D, BG. Cum igitur oſtendiſſet tale lemmatium, deinceps vtitur ipſo ad cognitionem aliarum rectarum: & exponens rurſus ſemicirculum ABGD circa diametrum.



AD & producens ab extremitate diametri duas datas rectas AB, A G, & coniungens BG inquit. Dico quod & ipſa data eſt. Coniugẽs enim rurſus & BD, & GD inquit, quod in circulo quadrilaterum eſt ABGD, quod igitur ſub AG, BD, æquale eſt vtriuſque & illi, quod ſub A B, DG: & illi ſub A D, BG. Et quoniam datę ſunt, & A B, & A G, datæ ſunt igitur & B D, G D, quia reſiduum ipſę ad ſemicirculum, datum eſt autem & AD diameter, datę igitur hę quinque AB, AG, D B, G D, AD, & quia quod eſt AG, BD ęquale eſt cuiuique & illi, quod ſub AB, GD, & illi, quod ſub AD, BG, etiam ſi ex conceſſo ſub AG, BD auferamus conceſſum ſub AB, GD, relinquetur, & reliquus quod ſub ipſis AD, BG datum, & conceſſum eſt, A D igitur data eſt, & BG recta, & manifeſtum nobis factũ eſt; quod ſi dentur duę circumferentię, & rectę ſub ipſis, & recta ſubtendens exceſſum datarum circumferentiarum dabitur. Manifeſtum autem quod per hoc theorema, & alias non paucas rectas inſcribemus, & iam etiam illam ſub partibus 12, quandoquidem habemus illam, quę ſub ſexaginta, & eam quę ſub 62. Manifeſtum eſt autem, inquit, quod per hoc lemmatium aliaſque non paucas rectas ad regulam inſcribemus, atque etiam rectas ſub ipſas datarum circumferentiarum, quarum quę ſub ipſis rectæ datę ſunt exceſſus, ducentes ſubtendentes rectas, etiam rurſus ab extremitatibus diametri extendentes partes 36. circumferentiæ. & partem 60, inueniemus ſubtendentem exceſſum ipſarum, hoc eſt 24. & rurſus per medium ducentes ſubtendentem ipſas 24. 72. inueniemus etiam ſubtendentem exceſſum ipſarum 48. & rurſus producentes eam, quæ ſub 48 & eam, quę ſub 90, inueniemus etiam ſubtendentem 42. & ſimiliter plures inueniemus.

Et iam, vt dixit, & eam, quę ſub 12. partibus circunferentię ſubtendentem rectam, quandoquidem habemus eam, quę ſub 60. & eam, quę ſub 72, ſupra enim eandem deſcriptionem ſupponens & A B exagoni latus exiſtens partium 70. qualium diameter 120. ſubtendentem verò circunferentiam partium 60 qualium eſt circulus 360. & A G pentagoni latus exiſtens partium 70 32. 3. Subtendentem verò ipſam A B G circunferentia partium 72. dico, inquit quod etiam B G recta data eſt, quę ſubtendit circunferentiam partium 12. exceſſum exiſtentem ipſarum 72. ad ipſas partes 60. Quoniam enim in circulo quadrilaterum eſt A B G D, quod igitur ſub ipſis A G, B D diagonijs æquale eſt vtriſque, & ipſi, quod ſub A B, G D, & ipſi quod ſub A D, B G, hoc eſt è regione poſitus. Et eſt quod ſub ipſis A G, B D, diagoniis 7330.7.34. quandoquidē A G recta partiū eſt 70,32.& 3. ſubtendit et circūferentiā partiū 72, ipſa vero B D, partiū 103. 55.23 ſubtendit enim reliquas ipſarū 60. ad ſemicirculū 120.& fit qđ ſub 70,32.& 3 & 103. 55.23. dictorū 7330.7.34. eſt autē & qđ ſub ipſis A B, G D 58 24 56 quia ipſa A B recta eſt 60. ipſa G D ſubtendēs circumferentiā G D, reſiduū ab ipſa A G ad ſemicirculum partium 108, particularum eſt 97. 4. 56. & fit rurſus quod ſub 60. & 97. 4. 56. 1824. 56. ſi igitur ex 7330. 7 34. hoc eſt, ab ipſis, quod ſub A G, B D auferamus 5824. 56, hoc eſt quod ſub A B, G D, relinquetur id, quod ab ipſis A D, B G. 1505. 11. 34. ſed ipſa A D, diameter eſt 120, & reliqua B G recta ſubtendens circumferentiam partium 12, erit particularum 12. 32, 36. conſequenter traditionem regulę. Hoc demonſtrato, deinceps appoſuit alterum theorema, in quo demonſtrat, quomodo data aliqua circumferentia, & recta ſub ipſa, dabitur dimidia ipſius circumferentię. Subtendens & exponens rurſus ſemicirculum A G B ſupra dia-



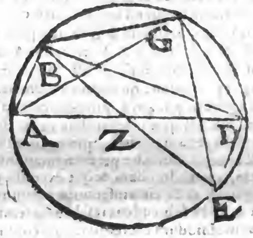
metrum A G, & cum comprehenderit B G circumferentiam datam, & circumferentiam rectam datam ſub ipſa, & diuidens biſariam B G circumferentiam in D, & coniungens D G, demonſtrat & hanc datam ſubtendentem dimidiam datę circumferentiæ B G, coniungens enim A B, A D, B D, & perpendicularem ex D ducens ſuper A G, ipſam D Z, ſupponensq; æqualem ipſi A B ipſam A E, & coniungens D E, dico, inquit, quod Z G dimidia eſt exceſſus ipſius A G, iuxta A B, hoc tanquàm conſcia: in ipſo ad promptum habendam propoſitæ demanſtrationis. Quoniam enim æqualis eſt A B ipſi A E, communis verò A D, ſed etiam angulus, qui ſub B A D, ęqualis angulo, qui ſub D A G, quoniam & D G circumferentia æqualis D B, baſis igitur B D recta, baſi D E ęqualis eſt: ſed B D ipſi D G æqualis, & E D igitur ipſi D G eſt ęqualis, iſoſceles igitur eſt ipſum triangulum D E G. Et quia in iſoſcele triangulo ex ſummitate ſuper baſim perpendicularis ducta eſt D Z, ęqualis eſt E Z ipſi Z G, dimidia igitur Z G ipſius E G, ſed E G exceſſus eſt ipſius A G ad A B, Z G, igitur dimidia eſt ipſarum exceſſus, & quia ſupponitur data G B recta, data autem eſt B A, & reſidua ipſi ad ſemicirculum, hoc eſt, A E, data verò ex diametro ipſius A G, & reliqua E G data eſt, quare & dimidia ipſius Z G erit data, & cum recta eſt ſub A D G

in

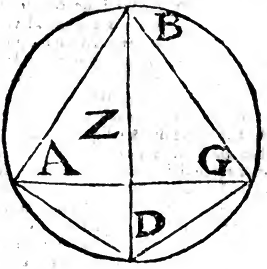
in ſemicirculo exiſtens, recta autem, & quæ ſub D Z G. & communis, qui ſub A G D ipſius rectanguli A D G, & ipſius D Z G, & reliqua igitur ſub D A G, reliquæ, qui ſub G D Z æqualis eſt, æquiangula igitur ſunt A D G, D Z G triangula. Eſt igitur vt A G ad G D, ita D G ad G Z, hæ tres igitur rectæ A G, G D, G Z proportionales ſunt, Qđ igitur ſub ipſis A G. G Z, æquale eſt ipſi quod ex D G, & quoniã data eſt A G, data eſt autem G Z, datũ eſt igitur quod ſub ipſis A G Z D quare & quod ab ipſa G D datũ eſt; & ipſa G D data eſt, & ipſa D G erit data longitudine, quæ ſubtendit dimidium ipſius B G circumferentiæ datæ, & inquit. ET RVRSVS per hoc theorema aliæ accipiuntur plurimæ, & quę ſequuntur. Quod verò maior eſt A Z ipſa A B, hoc eſt, quod ex A ipſi A B æqualis, poſitę ipſius A E ipſum Z intermedium ipſarum E G cadit, hoc modo demonſtrabimus. Coniungatur Z B. Et quia maior eſt G D ipſa D Z, æqualis verò G D ipſi D B, maior igitur & B D ipſa D Z, quare & angulus D Z B, maior eſt angulo, qui ſub D B Z. Et quia qui ſub A D B, angulus in minore parte ſemicirculi exiſtens, maior eſt angulo recto qui ſub D Z A, quarum angulus, qui ſub D B Z minor eſt illo, qui ſub B Z D, reliquus igitur A B Z multo maior eſt illo, qui ſub A Z B, cum & latus A Z. latere ipſius A B, hoc eſt, ipſo A E maior eſt. Inuenitur autem ex computationibus recta ſubtendens ipſum vnam, & dimidiam partem talium 1. 34. 15. proximè, qualium eſt diameter 120. recta autem dimidiam, & quartam partem ipſorum 70. 47. 8. proximè eodem ferè modo. Eſto enim per idem theorema inuenta & illa, quæ ſub partibus 12, vt diximus, & quę ſub 6. & quæ ſub 3. & eſto ſubtendens recta tres partes, quemadmodum in regula poſitum eſt particularum 3. 8. 28. & oporteat inuenire per computationes ipſam exiſtentem ſub vnam, & dimidiam partem, quemadmodum & ipſe expoſuit particularum exiſtentem 1 34. 15. Supponatur igitur B G D circumferentiæ partium trium, & recta ſub ipſa 3. 8. 28. erit igitur & A B, recta ſubtendens reſiduis in ſemicirculo partes 177, per eaſdem comprehenſa, quemadmodum expoſitio regulę continet 119. 57. 32. hoc eſt, A E, & reliqua rurſus E G erit, 70. 2. 28, Z G autem dimidia ipſius exiſtens 70. 1.14. eſt autem & A G diameter 120, quo igitur ſub A G, G Z. hoc eſt, quod ab ipſo G D colligetur partium 2. 28. & longitudine igitur D G erit 1.34.15, inuenta ſecundum à nobis methodum propoſitam. Ita deſcribens quadrangulum ſpatium, aufero ex ipſo minus quadrangulum, cuius latus eſt vnius partis, & ſimiliter area partis vnius, hic enim numerus ferè minor eſt quadrangulo numero, cuius quadrangulare latus quæritur, & aufero partem ex ſecundis 28, reliquam partem vnam reſoluo ad ſexageſima prima 60, his addo & 28, ſimul fiunt 68, hęc diuido per duplum vnius partis, hoc eſt per 2, & fit diuiſio ad 34, bis autem 34. faciunt 68, quibus ablatis ex 88. relinquuntur ſexageſima prima 20. & reſoluens ipſa ad ſecunda, quę fiunt ſexageſima ſecunda 1200. aufero ex his quadrangulum factum ex 34. primis ſexageſimis ſecundorum ſexageſimorum 1156, & relinquuntur mihi ſecunda ſexageſima 44. & rurſus diuido hęc per duplicationem vnius partis, & ipſorum 34 primarũ ſexageſimarũ, hoc eſt circa partes 3. ſexageſima prima 8. & fit diuiſio circa 15. ferè, & inuenta eſt mihi recta ſubtendens primam partem & dimidiam circumferentiæ particularum 1.34.15. ferè, & ſimiliter ijſdem computationibus vtentes inueniemus rectam ſub dimidia, & quarta parte circumferentię ſubtendentem 70. 47. 8. ferè ſic. Accipiatur enim rurſus B G D circumferentia partis vnius, & dimidię, & coniugatur B G demonſtrata particularum 1.34.15. ſi igitur ex 14400 eius quod ex diametro auferam, quod ab ipſum B G, colligitur 2,28. 3, reliquarum 14397. 31.57. erit quod ex B A, hoc eſt quod ex A E, ipſa autẽ longitudine erit 119.59. 22. 59, & reliqua E G, 70.00.37. 1. dimidia verò ipſius 75,60,18.30.30, quod autem ſub ipſis A G, G Z, hoc eſt, quod ex ipſa D G ſexageſima ſecunda 2070 vel prima & longitudine ipſam D G dictorum 70. 47. 7. 39 quę, inquit ipſe, 70. 47. 8. ferè. Deinceps rurſus apponit theorema

aliud

aliud conducens ipſi ad compoſitionem illorum, quę in regula ſunt propoſita, quę vocatur ſecundum compoſitionem, in quo demonſtrat, quod ſi dentur duę circumferentię, & rectæ ſub ipſis, & ſubtendens vtraſque circunſerentias dabitur, habens quidem conformitatem quandam conuerſionis ad theorema ab ipſo, non vniuerſaliter autem, ibi enim accipiens circunferentiam datam, & rectam ſub ipſam, ſecans circunferentiam biſariam, demonſtrabat ſubtendentem totius circumferentiæ dimidiam partem. hic verò accipiens circumſerentiam ſecundum partem, & rectam ſub ipſis, demonſtrat ſubtendentem totam circumferentiam. Permutat igitur ad conuerſionem, eo quod ſcilicet & circumferentię inęquale, & rectæ in hoc accipiantur.



Exponens igitur rurſus circulum ABGD, circa diametrum AD, cuius centrum Z, & cum apprehenderit ex extremitate diametri iuxta A, duas exiſtentes circumferentias ipſas AB, BG datas, vtraſque minores ſemicirculo, quorum & ſubtendentes rectæ datę ſunt, dico igitur, inquit, quod & ſubtendens vtraſque circumferentias, hoc eſt AG, recta data eſt, producens enim ex B, diametrum BZE. & coniungens BD. DE, GE, GD, deinceps, inquit, data eſt AB, & reliqua BD data eſt, data eſt autem & ipſa BG recta, igitur data eſt etiam GE, quia deficit in ſemicirculum circa BE, & diametrum, & quia in circulo quadrilaterum eſt GBDE, & productæ ſunt in ipſo duæ diagonii, BD, GE datę, datum eſt, quod ſub ipſis BD, GE, datum eſt autem etiam quod ſub ipſis BG, DE, & reliquum igitur, quod ſub ipſis BE, GD datum eſt, & data eſt etiam BE diameter, & reliqua GD, data eſt autem etiam AD diameter, & AG igitur data eſt, quia reliqua eſt ad ſemicirculum ipſius. Dico igitur, quod enim ſi vtraſque & AB circumferentia & BG maior ſit ſemicirculo, dabitur AG recta.

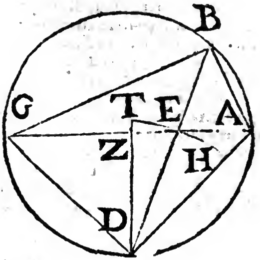


Vt enim in præſenti deſcriptione producta BZD diameter, & coniunctis AD, DG. Quoniam data eſt BG, etiam data eſt. D G, & ſimiliter data eſt B A, data enim, & AD, & quia in ſemicirculo quadrilaterum eſt BADG, datum eſt igitur & quod ſub ipſis BD, AG, & data eſt BD diameter igitur data eſt, & DG, quare & vniuerſaliter ſi dentur quædam circumferenliæ hoc modo, & rectæ ſub ipſis, & ſubtendens vtraſque circumferentias, dabitur per hoc theorema. PERSPICVVM autem quod componentes ſemper vna cum expoſitis omnibus, & quę ſequuntur. Et manifeſtum inquit, quod habentes ex theoremate diuiſionis partem ſub vna, & dimidia, & quæ ſub tribus, ſi conſequenter inſcribemus ſub tribus eam, quæ ſub prima, & dimidia, conſequenter præpoſito theoremate raciocinantes rectam ſubtendentem poſitas ſub vno circumferentias, hoc eſt eam, quæ partem ſub tribus cum dimidia inueniemus, atque etiam partem ſub 175. & dimidia, habentes autem & illam ſub 6. ex duplici diuiſione 12. prę expoſitam, & per hanc & illam ſub 174 habebimus rurſus & ſubtendentem ipſas ſecundum compoſitionem, hoc eſt illam ſub 7 & dimidia, & rurſus illam ſub 172. & dimidiam. ſimiliter hebentes illam ſub 7. & dimidia, & componentes illam ſub vna, & dimidia, inueniemus illam ſub 9. & ſimiliter illam ſub 171, & conſequenter componentes ſemper prę aſſumptis, illam ſub 1. & dimidia inueniemus accretionem vnius & dimidię. OMNES SIMPLICITER inſcribemus quot bis facta tertiã partem habebunt. Illud quidem adſcribemus, non ad circulum, dixit, bis rectis, ſed circumferentias ad regulam, manifeſtum autẽ & ex intelligentia rectarum, non enim hę multiplicatæ tertiam partem habent, ſed circumferentię, quæ ſecundum accretionem vnius partis, & dimidię, inſcripſit autem ipſas ad regulam, & cum rectis ſub ipſis. Illud verò quod bis factæ tertiam partem habebunt, communi quidam, & vna appellatione volens declarare omnes circumferentias, iuxta accretionem vnius partis & dimidię, quarum & rectas dicto modo comprehendit ac vſus eſt, nam hę ſolę bis factæ tertiam partem habent minime diuiſa vnitate. Verbi gratia, tres multiplicatę & ſex factæ tertiam partem habent, duas. Et ſimiliter quatuor, & dimidiæ partes duplicatæ & factæ nouem tertiam partem habent. 3. & conſequenter etiam ab initio inuenrę, & dictæ à nobis exiſtentes ad ſemicirculum illarum ſecundum

 accre-

accretionem ſunt vnius, & dimidię partis, aſſumentes enim, & multiplicantes vnam, & dimidiam partem tertiam partẽ habent, quemadmodum 36. 60. 72, & 90, & 108. & 120 & 144. & præterea quæ ex duplici diuiſione, & reliquæ. Atq; ideo, inquit, componentes ſemper cũ omnibus præexpoſitis partem ſub vna, & dimidia, & quæ adiunguntur computantes omnes ſimpliciter inſcribemus, quot bis factæ tertiam partem habebunt, & ſolæ etiam comprehendentur, quę inter diſtantias illarum ſuper primam & dimidiam, duo ſecundum vnumquodq; futuræ, quandoquidem ſecundum dimidiam partem facimus inſcriptionem. Videtur quidem poſtquam demonſtrauit ex his decagoni, & poſt illam exagoni, & etiam pentagoni, per deductionem, oſtendiſſe, & illam tetragoni, & illam trianguli, & reliquas ad ſemicirculum, vel etiam ab exceſſu, vel etiam ex duplici diuiſione non paucas exiſtentes, vt ipſe inquit, Sat erat ex exceſſu pentagoni illius & exagoni, inuenientem illam ſub duodecim, & ex ſub duplici diuiſione illam ſub vnam & dimidiam partem, cum poſitione huius omnes ſecundum accretionem ipſius vſq; ad 180. pertractaſſe. Demonſtrauit verò, & ipſas oſtenſo modo, breuitati conſulendo, eo quod promptius illam compræhendimus, quàm ex theorematæ ſecundum compoſitionem. Quoniam igitur omnes ab ipſo inuentæ ſunt ſecundum augmentum vnius & dimidiæ partis rectæ ſubtendentes, vult verò in regula apponere, quemadmodum & ſuperius demonſtrabat illas ſecundum accretionem vnius partis, neceſſariò exquirit inter diſtantias per vnam, & dimidiam partem in ſingulas diſtantias duas, ideſt quia inuenit illam ſub vnam, & dimidiam, & illam etiam ſub tres quærit: itaq; ipſe quę ſub duo, & illa ſub duo, & dimidia, & rurſus ſimiliter quia inuenit illam ſub 3. & illam ſub 4. & dimidiam, quæritur rurſus ab ipſo intermedia diſtantia, ideſt illa ſub 3. & dimidia, & illa ſub 4, & conſequenter rurſus. Quare ſi inuenerimus rectam ſub dimidia parte, hæc & ſecundum compoſitionem, & ſecundum exceſſum, quæ eſt ad compræhendentes diſtantias & datas rectas, & reliquas omnes intermedias nobis complebit, inquit, quod ſi rectam ſub dimidia parte inueniamus, hanc alicubi quidem cum prima; & dimidia parte appræhendentes per theorema ſecundum compoſitionem inueniemus rectam ſubtendentem ſub duabus partibus, alicubi autem rurſus theorematæ exceſſus: vt ſuper dimidia parte ad tres partes, inueniemus ſubtendentem partes ſub 2. & dimidia, hæc enim ipſarum eſt exceſſus, & conſequenter accipientes datas ſuper vtramq; diſtantiam, quæ inquiritur, vt hic accepimus partem ſub prima & dimidia, & eam quæ ſub tres ad demonſtrationem, & duarum partium, & duarum cum dimidia conficiemus totum canonem. Quoniam verò data aliqua recta, vt ſub prima, & dimidia parte, tertiam partem ipſius circumferentiæ recta ſubtendens, non data aliquo pacto eſt per lineas, ſi fieri verò poſſet, haberemus & illam ſub dimidia parte, quia, inquit, data illa ſub prima, & dimidia parte, nõ inuenit quodammodo per linearem demonſtrationem ſubtendentem tertiam partem ipſius circumferentiæ, quemadmodum accipiebat ſubtendentem dimidiam partem ipſius datæ circumferentiæ. Si enim fieri poſſibile eſſet hoc pertranſiue, hinc iam haberet & ſubtendentem dimidiam partem, & ex promptu per dictam compoſitionem, vel etiam exceſſum expleuiſſet regulam. Hoc igitur impoſſibili exiſtente, demonſtrat ferè & ab illa ſub prima & dimidia parte, & ab illa ſub dimidia, & quarta ſubtendentẽ primam partem, vt deinceps Theoremate bipartitionis vtens, habeat etiam illam ſub dimidia parte. Sed quia facta ab ipſo demonſtratio non vniuerſaliter conſeruat immutabilem compræhenſionem, tamen inquit in huiuſmodi minimis ad inuentionem primæ partis acceptum, vt partem ſua illa quartæ & dimidia, & illius ſub prima & dimidia, immutabilem ferè ſeruat demonſtrationem. Incipiens igitur à demonſtratione, exponit lemmatium conducens ei ad dictam demonſtrationem, cuius propoſitio

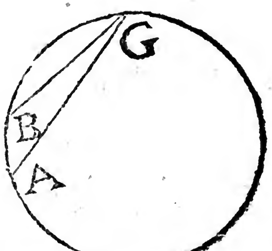
talis eſt. Si in circulo producantur duę inęquales rectæ, maior ad minorem proportionem minorem habebit, quàm circumferentia ſuper maiorem rectam ad illam, quæ ſuper minimam: Et exponens circulum ABGD, & producens in ipſo duas inęquales



rectas, minorem A B, maiorem verò B G, & diuidens biſariam angulum ſub ABG, linea recta B D, & coniungens ipſum A E G, & ipſas A D, & D G, deinceps dicet. Quoniam angulus A B G biſariam diuiſus eſt ab ipſo B D, ęqualis quidem eſt A D ipſi D G, quia,& circumferentia, A D ipſi DG, eo quod anguli ęquales ſunt ad ipſum B, maior verò GE ipſa E A. Quia rurſus ęqualis eſt ipſa AD ipſi DG, & communis ipſa D E, & angulũ B D G ipſo B D A maiorem habet. Et quia circumferentia B G maior eſt ipſa circumferentia B A, quare & baſis G E ipſa baſi E A ſit maior. Rurſus igitur ducit ab ipſo D perpendiculum ſuper AG ipſum D Z, & manifeſtum quod ſuper EG cadet, quia ęqualis eſt A D ipſi DG, ipſe verò GE maiorem ipſa EA, Et quoniã maior eſt AD ipſa DE (maiorem enim angulum ſubtendit) per eadem igitur & D E ipſo EZ, circulus igitur deſcriptus centro D, diſtantia DE ipſam quidem AD diuidet, cadit autem ſuper DZ,& deſcribit ſicut HET,& extendit ipſam DZ ſuper T. Quoniã igitur triangulum DEZ minus eſt triangulo DET ſectore, & ipſum triangulum DEA maius triangulo DEH ſectore, triangulum igitur DEZ ad ſectorem DET minorem proportionem habet, quàm DEA triangulum ad ipſam DEH ſectorem,& viciſſim igitur DEZ triangulum ad ipſum DET triangulum minorē proportionem habet, quàm DET ſector ad DEH ſectorem, ſed ſicut quidem DEZ triangulum ad D E A triangulũ ſe habet, ita ſe habet ZE recta ad ipſam EA, quemadmodum autem DET ſector ſe habet ad ipſum DEH ſectorem, ita ſe habet angulus qui ſub Z D E ad angulum qui ſub EDA, ipſa igitur recta ZE ad ipſam EA rectam minorem habet proportionem, quàm angulus, qui ſub Z D E ad ipſum, qui ſub E D A, & componendo Z A recta ad ipſam AE minorem proportionem habet, quàm angulus, qui ſub ZDA ad illũ, qui ſub ADE, & præcedentium dupla G A recta ad ipſam AE minorem habet proportionem, quàm angulus, qui ſub GDA ad ipſum, qui ſub ADE, & diuidendo G E recta ad ipſum AE, minorem habet proportionem, quàm qui ſub GDE, ad ipſum, qui ſub EDA, ſed quemadmodum G E ad ipſam DA, ita GB recta ad ipſam B A, vt demonſtratum eſt in 3. ſexti elementorum. Quoniam ſi angulus trianguli biſariam ſecetur, partes baſis eandem

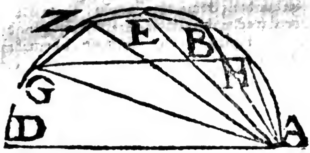
P

dem proportionem habent lateribus trianguli, vt autem angulus ſub GDB ad ipſum ſub BDA, ita BG circumferentia ad ipſam BA, recta igitur BG ad ipſam B A minorē proportionem habet, quàm GB circumferentia ad ipſam B *A*. Quoniam autem in æqualibus circulis ſectores ad inuicem ſunt, vt anguli, in quos ſunt poſiti, demonſtratum eſt a nobis in libris elementorum in fine ſexti libri. Hoc igitur lemmate propoſito ab ipſo, venit ad inuentionem ſubtendentis partem vnam circumferentiæ, & exponens circulum, educens & producens ad ipſum duas inæquales rectas, & ipſum *A* B ſubtendentem circumferentiam partis dimidiæ, & quartæ, & ipſam AG partem vnam, vtitur præaſſumpto lemmate, & inquit. Quoniā *A*G recta ad ipſum AB minorem proportionem habet, quàm AG circumferentia ad ipſam A B, & AG circumferentia ſeſquialtera eſt ipſius *A* B, vna enim pars habet dimidiam, & quartam, & tertiam ipſarum, *A*G igitur recta ipſa *A*B minor eſt, quia ſeſquitertia, ſed AB recta ſubtendens circumferentiam partis dimidiæ, & quartę demonſtrata eſt nobis in ſupradictis 70,47,8 qualium diameter 120, igitur GA recta minor eſt ipſis 1 2 50. hæc igitur ſeſquialtera eſt ferè ipſorum 70.47 8. Quare demonſtratum eſt ſecundum hanc comparationem proportionis recta ſubtendens vnam partem circumferentiæ minorem eſſe 1.2 50. qualium diameter 120. Rurſus in eadem deſcriptione recta quidem *A* B, ſupponatur circumferentiæ partis vnius, pars verò AG vna, & dimidia, ſecundum eadem igitur, quia circumferentia *A*G, ſeſquialtera eſt AB, pars etenim vna, & dimidia habet vnam, & dimidiam ipſius, recta igitur GA, minor eſt BA, quàm ſeſquialtera, ſed ipſam GA circumferentiam ſubtendentem partes vnam, & dimidiam paulo ante computantes demonſtrauimus ſectionum vnius 34. 15. qualium diameter 120. recta igitur AG, maior eſt ipſis 1. 2. 50. quia AG. 1.34. 15, eſt ſeſquialtera ipſorum 1. 2. 50. proportionem autem ipſius habere eam, quæ eſt ad rectam AB minorem ſeſquialtero demonſtrare eſt neceſſe. Vt igitur tanto minorem ſeſquialtero proportionem habeat ad ipſum AB, neceſſe eſt augeri *A*B, & fieri maiorem ipſorum 1. 2. 50, quare quia eiſdem demonſtrata eſt maior, & minor, erit igitur ſubtendens partem vnam ex ijs calculis a nobis inuenta 1 2.50, proxime qualium diameter 120. & quia perturbat quodammodo hæc demonſtratio eandem magnitudinem maiorem, & minorem demonſtrans, cui quis apponens, conſequenter dixerit quod abſurdum. Demonſtrabimus igitur neq; hanc perturbationem habere.



Eſto enim rurſus in eadem deſcriptione AB circumferentia partis dimidię, & quartę, AG autem pars vna. Quoniam igitur rurſus AG recta ad AB minorem proportionem habet, quàm AG circumferentia, ſeſquitertia autem eſt ipſius AB, ipſa igitur AG recta ipſa AB minor eſt, quàm ſeſquitertia. Sed AB recta demonſtrata eſt 70. 47. 8. qualium diameter 120. recta igitur GA ſubtendens circumferentiam partis vnius minor eſt. 1. 2. 50. 40. hæc enim diligenter ſeſquitertia ſunt. 70. 47. 8. Rurſus AG recta ſubtendat circumferentiam partis vnius, AG autem vnius & dimidia, & ſimiliter quia AG recta ad AB minorem proportionem habet, quàm AG circumferentia ad ipſam AB, ſeſquialtera autem eſt AG circumferentia ipſius AB, recta igitur AG minor AB, quàm ſeſquialtera eſt. Sed quia demonſtrabatur AG. 1. 34. 15. igitur AG recta rurſus ſubtendens circumferentiam partis vnius maior eſt ipſis. 1. 2. 50. horum enim ſeſquialtera ſunt 1. 34. 15. quare AG recta ſubtendens, vt diximus, circumferentiam partis vnius, minor quidem demonſtrata eſt, quàm 1. 2. 50. 40. maior autem quàm 1. 2 50. & quidem minore maior eſt, & maiore minor, & non eiuſdem, & videtur nullum abſurdum habere, quod dictum eſt, ſed quia minor quidem ipſis 1. 2. 50 40, maior autem ipſis 1. 2. 50. poteſt autem eſſe 1. 2. 50. & 30. trium ſexageſimarum, vt ferè magis ipſam eſſe eorum 1. 2. 50. 40. & non, vt ipſe dixit 1. 2. 50. demonſtrabimus diligentius calculantes, quod tria ſexageſima, & multo minor ipſis 30. eſt, & rectè ſe habet, quod dictum eſt, quoniam 1. 2. 50. proximè ſunt. Quoniam enim in primis demonſtrauimus ſubtendentem rectam dimidium quartæ vnius partis rectam 70. 47. 7. 39. & ſunt horum ſeſquitertia 1. 2. 50. 12, erit igitur propter dicta recta ſubtendens partem vnam minor 1. 2. 50. 12 demonſtratam autem, & maior illis 1. 2. 50 & erit excedens circa 12. tria ſexageſima, quæ multo minora ſunt ipſis 30, & nihil abſurdum ſequitur hanc demonſtrationem. Cum demonſtraſſet igitur ex rudibus calculis, ne procedat ad maiora demonſtratio, vt ipſe inquit, in lemmatio, quod & ſi non vniuerſaliter poteſt quantitates determinare, quemadmodum & deinceps hoc demonſtramus rectam ſub partem vnam 1. 2. 50 proximè, deinceps pro demonſtrato Theoremate, diuiſionis in duas partes vtens, hoc eſt cum accepit circumferentiam partis vnius, & inſcripſerit ipſam rectam ſubtendentem, ſequens demonſtrationem Theorematis, inuenit eam, quæ ſub dimidia eiuſdem circumferentiæ ſubtendens, rectam hoc eſt illam, quæ ſub dimidia parte craſſiori quodammodo, ſcilicet ea, quæ ſub vna parte vtens ex craſſioribus, vt diximus, calculis accepta, quæ partes ſint extenſæ ob ipſo 70. 31. 25. ferè cum igitur inuenerit ex duplici diuiſione ſecundum modum dictum illam, quæ ſub dimidia parte, ſequitur ad dicta ab ipſo paulo ante, quod ſi haberemus illam, quæ ſub dimidia parte, hæc & ſecundum compoſitionem, & ſecundum exceſſum eam, quæ eſt ad continentes diſtantias, & ad datas rectas, & reliquas intermedias omnes conficiet nobis, deinceps reliquas diſtantias per dimidiam partem compleuit. ſecundum augmentum ipſius vnius, & dimidiæ partis, quemadmodum in prima diſtantia, verbi gratia, primæ dimidiæ partis ad tertiam, cum ſequatur theorema & ſecundum compoſitionem, & ſecundum exceſſum: exponens enim ſemicirculum, & deinceps cum exceperit circumferentiam duas, & circumferentiam ipſius vnius, & dimidiam partis, & dimidiæ, & coniungens ſubtendentes ipſas, & datas rectas; vtens theoremate ſecundum compoſitionem inuenit rectam ſubtendentem vtramque circumferentiam ſub vno, hoc eſt eam, quæ eſt ſub duas partes, deinde etiam ab extremitate diametri cū acceperit circumferentiam dimidiæ partis, & illam trium partium.

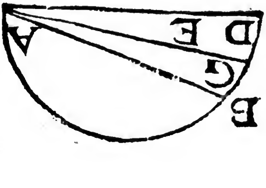
Ruſus coniungens datas ſub ipſis rectis vtens theoremate exceſſus, inuenit ſubtendentem circumſerentiam duarum partium, ipſa enim eſt ipſarum exceſſus. & erunt expletæ diſtantiæ duæ intermediæ, tum vnius dimidiæ, & trium, conſequenter autem & partes diſtantiarum vnius, & dimidiam calculans, vtens ijs duobus lemmatijs, & eo, quod eſt ſecundum compoſitionem. & eo, quod eſt ſecundum exceſſum, vſq; ad quartæ partis 90. partium, & quod & ex promptu dantur reliquę ad ſemicirculum, & erit compoſitio nobis rectarum in circulo completo hoc modo. His ita ſe habentibus, quæreret aliquis, quare interdum vtens alicubi theoremate ſecundum compoſitionē, interdum verò theoremate ſecundum exceſſum duas rectas quęſitas ſecundum vnamquamq; diſtantiam inuenit, & non omnia compoſitionis theoremate, vel exceſſus, cū id fieri poſſet, vtrouis horum ipſe vteretur conficere poterat expoſitionem regulæ. Dicimus igitur, quia volens partes, quæ fiunt ſecundum augmentum vnius, & dimidiæ exiſtentes ad vtraſque duarum quęſitarum diſtantiarum diligenter per lineas rectas ſuper expoſitas ab ipſo deprehendere ad calculum intermediarum duarum diſtantiarum. His duobus theorematibus vſus eſt, & idcircò dicebat, ſi inueniamus illā ſub dimidia parte, hæc & ſecundam compoſitionem, & exceſſum exiſtentem ad diſtantiam comprehendentes, & datas rectas, & reliquas omnes intermedias ſimul explebit, nam ſolo theoremate compoſitionis vtens inueniebat ſecundam partem intermediarum diſtantiarum duarum, vbi excepit theorema exceſſus per duas rectas ab ipſo inuentas habentes partes craſſiores adinuenit quantitatem. Vt autem manifeſtum nobis fiat, quod dicitur.



Exponatur ſemicirculus ABED, circa diametrum AD, & aſſumantur duę circumferentię, & AB, & AG, & ſit AB quidem partis vnius, & dimidię, ipſa autem AG partium 3. & coniungantur ipſe AB, AG rectæ, quæ datæ ſunt ex linearibus demonſtrationibus. Sit autem intermedium ipſarum duarum tres diſtantiæ, & ſecundum EZ Si igitur deſcribentes illam, quæ eſt ſub dimidia parte, vt BE rectam, coniungentesque AE, computabimus conſequenter theoremate compoſitionis, inueniemus craſſiori quodamodo ipſa AE rectam quandoquidem vſi ſumus craſſiori modo ipſa BE aſſumpta, ſubtendentem circumferentiam ABE partium exiſtentem duarum, & manifeſtum quod ad inuentionem huius accepimus, & ipſam AB ex linearibus demonſtrationibus diligenter ſumptam. Si conſequenter iniungamus ipſam FZ, vtemur theoremate compoſitionis iterum, & inuentionem ſubtendentis AEZ circumferentiam, quę eſt partium 2. & dimidiæ, quemadmodum ipſam AZ rectam demonſtrauimus, erit a nobis hic calculus ex ipſis AE, EZ rectis, nulla ipſarum demoſtrata diligenter per lineas, ſed vtraſq; ex calculis craſſioribus, idcircò igitur, vt diximus, vt ſecundum vnamquāq;

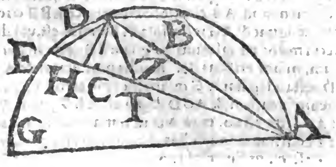
inuen-

inuentionem comprehendat ſumptam per lineas exquiſitæ, vſus eſt theoremate exceſſus in hoc libro duarum diſtantiarum intermediarum, inſcribens enim ipſam AH, ſubtendentem dimidiam partem, & iniungens ipſam HG rectam inuenit ſubtendentem circumferentiam ABG partium, quæ eſt duarum & dimidia, vtens ſcilicet ad hanc inuentionem AG recta exquiſitè data per lineas, quare ob id duobus his theorematibus vſus eſt ad inuentionem quæſitarum intermediarum, quæ fiunt per vnum & dimidiũ, ſecundum vnamquamq; diſtantiarum ad confectionem regulę, quod autem non ex ſolo theoremate exceſſus poterat duo intermedia interualla implere, aſſumens datas rectas per lineas, ſed etiam ad hoc inordinata ipſi erat aſſumptio rectarum, eo quod extrema inquiſitorum interuallorum neceſſe erat primo aſſumi, ſic autem intelligere poſſemus. Sit enim rurſus ſemicirculus ABGD, & ſubtendat AB recta data per lineam AB circumferentiam exiſtentem partium vnius & dimidiæ, AG verò recta data etiam & ipſa per lineas ſubtendat ABG circumferentiam partium trium, & ſint media interualla duo inquiſita ex B, ad E Z ipſum quidem E ad duas partes, ipſum verò Z ad duas & dimidiam, quod igitur ſi ab A aſſumamus eum ſub dimidia parte, vt ipſum AH, quæ ſubtendens HBZ circumferentia partium duarum, non data eſt, eo quod neq; data eſt ipſa AZ recta ſubtendens partes duas & dimidiam manifeſtum. Quod autem ſubtendens ipſam HBEG partium exiſtentem duarum & dimidia data eſt, hoc eſt HG hoc eſt A Z, AG per lineas datæ manifeſtum. Præterea autem rurſus habentes eam, quæ ſub dimidia parte, quæ AH, & eam ſub duabus & dimidia quæ A Z, inueniemus & ipſam ſub duabus partibus quę HZ, ipſo theoremate vtentes, & manifeſtum quod hic H A rectam, & ipſam AZ aſſumpſimus in demonſtrationem, nulla per lineas demonſtrata, ſed vtraq; per calculos craſſiori modo, & manifeſtum quod inordinata nobis facta eſt aſſumptio rectarum, propterea quod prima, quæ ſub duabus & dimidia demonſtrata eſt, poſtea rurſum ea, quæ ſub duabus, noluit ergo neq, dimidia parte & quarta circumferentiæ augmentum regulæ facere, ſiue quod non amplius quantitates minorum rectarum ſequantur ex proportione aſſumptionum, vel etiam quod difficile colligi poteſt ob ipſum apponere tale. Tractatus igitur in circulo rectarum, ita ipſi in promptu tractata eſt, vt autem, quemadmodum antea promiſerat, in promptu tales magnitudines rectarum, & circumferentiarum ad ſingularem vſum poſſimus aſſumere, & regulã factam talium expoſuit, vt in promptu quantitates ipſarum habeamus numeratas, & non in linearibus demonſtrationibus tempus teramus, fecit autem expoſitionem regulæ in ordine 45, ob conſequentem commoditatem in his, quæ ſunt inæqualitatũ Solis, & Lunæ, & Stellarum, quæ apparebit. Pagiuulæ autem tres, & in primis quidẽ circumferentias appoſuit, ſecundum dimidiam partem adauctas, qualium eſt circulus 360. ſuper duabus verò appoſuit excedentes ipſas linearum rectarum quantitates, qualium eſt diameter 120. ſuper verò tres trigeſimam partem exceſſus ſubtendentẽ augmenta ſecundum dimidiam partem, aſſumpſit autem 30. exceſſus rectarum, non vt 30. ipſius ſubtendentis 30. dimidiæ partis (neq; enim exceſſus rectarum inæquales exiſtentes dimidias partes æquales exiſtentes ſubtendunt) ſed vt ex proportione ipſi incremento circumferentia, & rectæ adauctæ. Vt autem ex deſcriptione manifeſtum fiat, quod dicitur.

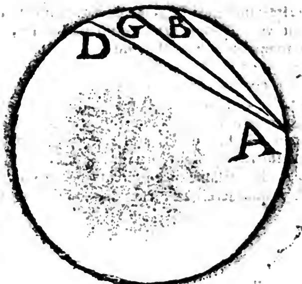


Ponatur ſemicirculus ABGD ſuper diametrum linea AD, & producantur ab extremitate diametri duæ qualibet rectæ lineæ AB, AG, vt ſanè ipſum BG ſit dimidiæ partis, & ponatur ipſi AB æqualis AE, non hoc igitur ſumit, quod EG, ipſi BG ſubtendit, ſed quoniam in quo AB circumferentia ipſum BG ad augeatur, & AB, hoc eſt AE, ipſi EG ſumit, quod & in quo AB circumferentia. Verbi gratia tertia parte ipſius BG adaucta eſt, & AE tertia parte ipſius EG, eodemq; modo in quo AB circumferentia ipſa 30. ipſius BG, & AE ipſo 30. ipſius EG, ob id & inquit, vt & primæ ſexageſimæ mediam applicationem habentes indifferentem ad ſenſum exquiſitæ, expoſuit autem pagellam tertiam ſexageſimarum, vt nos poſſimus ſumere in promptu ſubtendentes rectas, & intermedias adauctiones earum, quæ in dimidia parte, ſeu intermedias quinque partium, & quinque & dimidiæ, vt ipſas quinque, verbi gratia, & decem ſexageſimas, decies enim facientes appoſita quinq; in tertia pagina, & apponentes appoſitæ quantitati rectæ in ſecunda pagella, habebimus rectam ſubtendentem quinque partes, & decem ſexageſimas, eodem verò modo, & in reliquis etiam intermediis incrementorum ſecundum dimidiam partem, quã deinceps in ipſis numeris in ordine contentis perquiremus. FACILE AVTEM intelligi poteſt per eadẽ, & propoſui Theoremata, quamuis in dubitatione verſemur erroris in ſcribendo circa aliquam in regula contentarum rectarum, & deinceps. Manifeſtum eſt autem, inquit, quod ſi dubitauerimus circa aliquam in regula contentarum rectarum, vt non decenter ipſa expoſita in promptu inquiramus ipſam, & emendemus, ſiue ipſam ſub duplam ipſius aſſumentes, vel aliquas inter ſe ipſum exceſſum habentes, ſiue reſiduum ipſius in ſemicirculo, liceat igitur nos inquirere ſubtendentem decem partes circumferentiæ, ſumimus ſubtendentem duplam ipſius, hoc eſt 20. partes, & exponentes circulum, & excipientes tantam circumferentiam coniungentes ſubtendentem rectam ipſam datã nobis, vtentes theoremate biſariæ diuiſionis, inueniemus ſubtendentem dimidiam ipſius, hoc eſt 10 partes, vel ex alio modo accipientes quaſdam circumferentias, quarum exceſſus eſt partium decem, ſeu eam 20. partium, & 30. Habentes verò & rectas ſub ipſas iterum, & exceſſus theoremate vtentes inueniemus eam, quæ ſub decem partibus. Præterea verò & ita, ſumentes ſubtendentem reſiduas 10. partium in ſemicirculis 170, & facientes quod ab ipſa, habentes verò etiam quod ab ipſa diametro, quod eſt æquale ipſi à ſubtendente 170, & quod ab ipſa ſubtendente reliquas decem, & quod in ſemicirculo rectus fiat angulus ſub ipſis contentus. & auferentes ab eo, quæ eſt ab ipſa diametro, quod eſt ab ipſa ſubtendente 170. reſiduis, quadrangulare ſumentes latus, habebimus, & ſubtendentem 10 partes circumferentiæ, & eſt regulæ talis expoſitio. Expoſita igitur a nobis tractatione in circulo rectarum, conſequens iudicamus etiam hic aſſumere quomodo minorum rectarum quantitates in maioribus differentiis auctæ ſunt ſecundum conſequens augmentorum circumferentiarum æqualium exiſtentium, & quomodo minores earum, quæ ſub 60. partibus circumferentiæ ſubtendentes rectè minores ſunt numero iis, ſecundum ſe circumferentiis, quæ verò vltra ſexaginta minores, & quomodo data aliqua circumferentia inter incrementa dimidiæ partis cadente, recta ſub ipſa ſumitur. & è contra, quomodo data quapiam recta inter iacentes cadente, ſuper ipſam circumferentiam datam eſt. Demonſtrabimus autem primũ per lineas, quomodo minorum rectarum quantitates maioribus differentiis adauctæ ſunt ſecundum conſequens incrementorum circumferentiarum æqualium exiſtentiũ.

Sit



Sit enim ſemicirculus ABG, & aſſumatur circumferentia AB, verbi gratia 10. partium, AD verò partium 10. & dimidia, AE verò partium 11, & adnectantur ſub ipſis rectæ tùm AB, tum AD, & AE, & ponatur ipſi AB æqualis AZ, ipſi etiam AD æqualis AH, dico quod exceſſus AD ad AB hoc eſt ZD, maior eſt exceſſu ipſius AE, ad AD, hoc eſt ipſius HE. Ponatur enim ipſi AB, æqualis AT, & adnectantur BD, DE DH, DT. Quoniam igitur æqualis eſt AB ipſi AT, communis verò AD, duæ BA, AD, duabus TA, AD æquales ſunt, & angulus qui eſt ſub BAD, angulo qui eſt ſub EAD ęqualis eſt, quoniam & circumferentia BD ipſi DE circumferentiæ æqualis eſt, baſis igitur BD, baſi DT æqualis eſt. Sed & BD ipſi DE æqualis eſt, & DE igitur ipſi DT æqualis eſt, æquicrure eſt igitur DET triangulum, acuti igitur qui ad T, & E anguli ſunt, & quoniam AD ipſi AH æqualis eſt, quorum AZ ipſi AT æqualis, reliquus igitur DZ, reliquo TH æqualis eſt. Rurſum quoniam AD ęqualis eſt ipſi AH, & angulus igitur qui ſub ADH angulo, qui ſub AHD eſt æqualis, acutus igitur vterq. Et quoniam acutus eſt, qui ſub AHD, ſed & qui ad T, igitur qui ab ipſo D ad TE perpendicularis ducta inter TH cadet, ducatur igitur DC. Et quoniam in iſoſchele triangulo DTE a vertice a baſim perpendicularis ducta eſt, bifariam diuidet baſim, æqualis igitur TC ipſi CF, maior igitur TC, hoc eſt ZD ipſa HE, & eſt ZD exceſſus ipſius AD ad AB, ſed HE exceſſus ipſius AE ad AD, ergo minorum rectarum exceſſus maiores ſunt conſequentibus circumferentiis æqualiter adauctis. Oſtendemus igitur & quomodo, quæ ſub minoribus 60. partium ſubtendentes rectæ maiores ſunt numero circumferentiarum ſecundum ipſas, quæ verò ſub pluribus minores, & eſt tamen hinc manifeſtum, ex præoſtenſo ab ipſo theoremate. Sit enim circulus ABGD



& producantur in ipſo duæ rectæ, ea, quæ eſt A B, ſubtendens circumferentiam partiũ 30, & ea, quæ eſt AG partium 60. & quia AG recta ad A B minorem proportionem habet, quàm AG circumferentia ad AB circumferentiam, & ABG circumferentia dupla eſt AB circumferentiæ, igitur & AG recta, ipſa AB minor eſt, vel dupla, & eſt A G recta. 60. igitur AB recta maior eſt ipſorum 30 quare AB recta maior eſt numero circumferentia ſuper ipſam, minor exiſtens 60. Rurſus producatur & A D, ſubtendens partes 120, & quia AD recta ad ipſam A G minorem rationem habet, quàm A D circumferentia ad AG circumferentiam, & AGD dupla eſt ABG, ergo A D recta minor eſt, vel dupla AG, ſed AG recta eſt 60. ergo AD minor aſt ipſorum 120, circumferentia exiſtente 120, licet autem hoc rationabilius dicere, quod quia maiores inueutæ ſũt rectę uumero ipſis circumferentiis ſuper ipſas, & minores rationabiliter numero æquales, inuenta eſt & media, & numero æqualis inæqualiũ hoc eſt ea, quæ ſexaginta. Quod autem non determinat quantitates rectarum, & in maioribus circumferentiis propoſitum theorema, quemadmodum ex ipſa, quæ ſub dimidia quarta, & ipſa quæ ſub vna & dimidia aſſumebat ipſam, quæ ſub vna parte proximè, demonſtrabimus tali pacto.

10.	10. 27. 32.		
10. 15.	10. 46. 10.		
10. 30.	10. 58. 49.		
70. 30.	70. 31. 17.	70. 15.	
70 15. 38. 30.	70. 70. 469.		15.

Supponatur enim rurſus A B circumferentia partium 30, & ſub ipſa recta data 31. 3. 30. & ABD circumferentia partium 120. & quæ ſub ipſa recta 703. 55. 23. & neceſſe ſit ex eis inuenire ipſam, quæ ſub 60, vt ipſam AG. Quoniam igitur A G circumferentia AB eſt dupla: igitur AG recta AB minor eſt, vel duplarum, & eſt A B 31, 3, 30, ergo AG minor eſt 62. 7. Rurſus per eadem A D recta, A G minor eſt, vel duplarum, & eſt AD 103, 55, 23. ergo AG recta 51, 57, 42 proximè, demonſtrata verò eſt, & minor 62. 7. & perſpicuum quod non licet determinare ipſius proximè quantitatem ipſa differentia partium 10 & ſexageſimarum 10. proximè exiſtentem. Hoc demonſtrato reliquum eſſet etiam demonſtrare, quomodo data aliqua circumferentia inter ipſas dimidiæ partis cadente, etiam ſub ipſa recta in promptu proximè dabitur, & è conuerſo, quomodo data aliqua recta inter ipſas, quæ in regula expoſitę ſũt, cidente etiam quæ ſuper ipſam circumferentia eodem modo dabitur. Sint igitur duę datæ circumferentiæ, partium 10, & ſexageſimarum 15. rectam ſub ipſa inuenire. Deſcribit proximè minorem circumferentiam partium exiſtentem 10, & ſub ipſa rectam particularum 10. 27, 32, atq; etiam proximè minorem circumferentiam partium exiſtentem 10. 30, & ſub ipſa rectam 10. 58. 49 media verò datam circumferentiam partium decem, & ſexageſimarum 15. vt ſubſcriptum eſt, & quia per æquabilem adauctionem ex proportione ipſis intermediis ſexageſimis circumferentiarum rectarum ſexageſimas proximè excedit, vt paulo ante manifeſtum nobis fuit, ſumamus exceſſum maioris circumferentiæ ad minorem, hoc eſt partium 10, & 30 ſexageſimarum ad 10. partes. Sunt verò ſexageſimæ 30, atq; etiam ſub ipſis rectarum exceſſum, eſt 70. 31, 17. atq; etiam decem partium circumferentias, & partes decem, & ſexageſimas 15, quæ ſunt ſexageſimæ 15. & quoniam, vt dixi, proportionaliter inquirimus excedentes rectis ipſam circumferentiis habentes tres magnitudines duorum exceſſuum circũferentiarum & vnam, exceſſus rectarum ſumentes 4, proportionaliter inueniemus ſubtendentem rectam ipſam circumferentiam partium 10, & ſexageſimarum 15. inueniuntur autem hoc modo 15, ſexageſimæ circumferentiæ per 70, 31, 17 ipſius rectæ, fiũt 469, duæ ſexageſimæ, & 3. quindeceſimæ. Hæc diuidentes per 30 prima ſexageſima

exceſſus

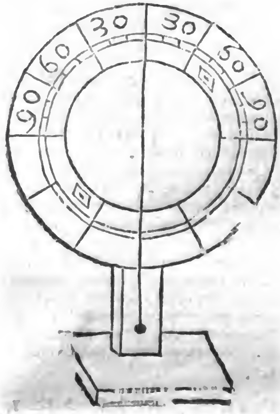
exceſſus 10,& dimidiæ partium maioris circumferentiæ ad decem partes minoris, habebimus prima ſexageſima 15, & 2.38. ÷, quæ apponentes ſubtendenti rectæ ipſas decem partes circumferentiæ particularum exiſtenti 10,27,32. habebimus ſubtendentem 10,partium,& ſexageſimas 15. particularum,10.43,10. proximè 30. 3. ſexageſimas relinquentes,vt nullius momenti differentiam inducentem. Rurſus iiſdem ſuppoſitis,neceſſarium ſit facere è conuerſo,hoc eſt,data recta particularum 10 43.10.inuenire ſuper ipſam circumferentiam. Sumimus rurſus exceſſum propinquioris maioris ipſa,& minoris,hoc eſt ipſorum 10, 58,49 ad 10, 27, 32 quæ euadunt 70, 31, 17. & circumferentiarum ſimiliter ipſa 79,30, atq; etiam ipſorum 10.43. 10, ad 10, 27. 32, quæ ſunt ſexageſimæ 15,38, & vt rurſum ſumamus 4 proportionaliter multiplicamusq; 15,38, per 70,30, & euadunt 70,70. 450. 1140 & diuidimus per 70 31.17 & quæ fiunt ſexageſimæ 15 apponentes ipſis decem partibus, habebimus ſubtenſam circumferentiam à dicta recta partium 10. 15. eſt verò & promptius tale percurrere quemadmodum etiam ipſi videtur. Si enim inquirentes dictam rectam quindecies fecerimus,quæ continentur ipſis 10, partibus circumferentiæ in tertia pagella, & quæ euadunt apponemus ipſi ſubtendenti 10,partes,& hoc modo habebimus ſubtendentem 10,partes,& ſexageſimas quindecim. Si verò è contrario dictam rectam habentes,velimus ſumere ſuper ipſam circumferentiam,exceſſum rectæ ſumentes, quę habet ad proximè minorem contentum,ceu exceſſum 10, 43, 10, ad 10, 27, 32 & ſunt quæ continentur in tertia pagella ſexageſimarum ipſa proximè minore, & præter hæc diuidentes exceſſum duarum rectarum, quæ euadunt ex diuiſione, apponentes ipſi expoſitæ minori circumferentiæ, ceu ipſi decem partium,habebimus ſubtenſam circumferentiam a dicta recta.

PTOLEMAEI.

De circumferentia inter Tropicos.

CAP. XI.

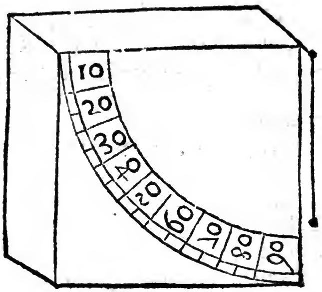
EXPOSITA igitur quantitate in circulo rectarum, primum eſſet, quemadmodum diximus,demonſtrandū, quantum obliquus per media ſigna circulus inclinatus ſit ad Aequinoctialem, ideſt, quam rationem habet maximus circulus per vtroſq; expoſitum polos ad circumferentiam, quæ deprehenditur ipſius inter polos, cui æqualiter profectò etiam à tropicis vtriuſq; punctis diſtant, id quod eſt in Aequinoctiali. Hinc verò nobis tale ex inſtrumento compræhenditur per talē quandam ſimplicem conſtructionem.



Faciamus enim circulum æneum iuſta magnitudine accu ratè tornatum,quadrangulum in ſuperficie,quo vtemur pro Meridiano,diuidentes ipſum in ſuppoſita maximi circuli ſeg mẽta 360, & horum vnumquodq; in quot quot fieri poſſunt partes, deinde alterum circulum minimum tenuiorem ſuo dicto,coaptantes hoc modo,vt latera ipſorum ſuper ipſa ma neant ſuperficie,& minor circulus circunduci libere ſub ma- iore poſſit in eadem ſuperficie,& ad Septentrionem & ad Me ridiem. Addemus in duobus aliquibus per diametrum ſegmentis minoris circuli in altero larerum parua priſmata, æqualia vergentia inter ſe,& centrum circulorum accuratè, apponemus in medio latitudinis eorum paruos indices con-

nectentes

nectentes maioris & diuiſi circuli latus. Quem quidem etiã coaptantes tutò in vſibus ad ſingula ſuper columellam mediocrem magnitudine,& conſtituentes ſub dio columellę baſim in immobili pauimento ad Horizontis ſuperficiem,obſeruabimus quomodo ſuperficies circulorum ad rectum Horizontis ſit, & ipſi quod eſt Meridiani parallelam. Quorum autem prius perpendiculum artificioſè inuenitur, pendens quidem à puncto,quod erit ad verticem,obſeruatis verò donec ex directione fulchrorum ad ipſum, quod eſt ad diametrum faciat inclinationem. Alterum verò meridiana linea facile perſpicua ſumpta in ſuperficie ſub columella,& circũlatis in obliquis circulis,donec parallela lineæ ſuperſicies eorum perſpiciatur. Hac igitur poſitione exiſtente, obſeruabamus ad Septentrionem & ad Meridiem Solis receſſum, proferentes in Meridie interiorem paruum circulum, donec inferius paruum priſma totum à toto ſuperiore obumbretur, cumq; hoc fieret, ſignificabunt nobis gnomonum extremitates, quot ſegmenta ab eo, quod ad verticem ſemper Solis centrum diſtabit in Meridiano.



Præterea verò facilius faciebamus talem obſeruationem, conſtruentes pro circulis lapideum, vel ligneum laterculum quadrangulum, & immotum in mediocri latitudine & profunditate, vt veniat ad tempora; æqualem ſanè & complanatum habentem accuratè alterum ex lateribus, in quo centrum ad vnum angulorum accepimus, & ſcripſimus circuli quadrantem, conneximus à puncto, quod eſt ad centrum, vſq; ad deſcriptam circumferentiam rectas continentes angulum ſub quadrante, & diuiſimus ſimiliter circumferentiã in 90. partes, & harum particulas; poſt verò hæc ſuper vna rectarum, quæ futura eſt recta ad Horizontis ſuperficiem, & ad Meridiem poſitionẽ habitura, inſeruimus rectos, & æquales vndiq; duos paruos cylindros ſimiliter tornatos, hunc quidem in ipſo puncto, quod eſt ad centrum circa ipſum medium, alterum verò ad inferiorem terminum rectę. Poſtea collocauimus hoc deſcriptum laterculi latus ad lineam meridianam productam in ſuppoſita ſuperficie, vt etiam ipſa parallelam habeat poſitionẽ Aequinoctialis ſuperficiei, & perpendiculo per paruos cylindros immutam, & rectam ad ſuperficiem Horizõtis accuratè explicauimus rectam per eos ſub fulchris rurſum quibuſdam tenuibus, quantum opus eſt, directis. Obſeruabamus eodem modo in Meridie vmbram, quæ fieret in paruo cylindro ad centrum, addentes aliquid ad deſcriptam circumferentiam, vt certior ipſius locus appareret. Et huius medium ſignificantes, ſectionem in ipſo circumferentiæ quadrantis ſumebamus, ſignificans profectò Solis tranſitum per latitudinem in Meridiano. Ex his igitur obſeruationibus, & maximè ijs circa ipſa Solſtitia nobis examinatis, ad plures circulos motus æqualia, & eadem ſegmenta Meridiani circuli, tum in æſtiuis Solſtitijs, tum in hybernis ſignificationis vt plurimum ab ipſo, quod ad verticem interciperet puncto, deprehendebamus eam, quæ eſt à maximo boreali termino ad maxime auſtralem circumferentiam, quæ

eſt

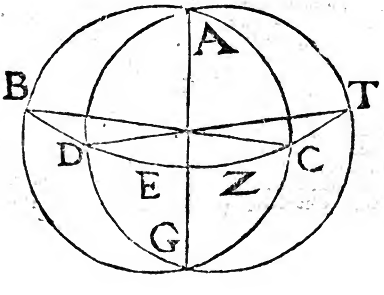
eſt inter Tropica ſegmenta, ſemper exiſtentem 47, & maiore, quàm duabus tertijs ſegmenti, minore verò medictate & parte quartæ. Per quæ colligitur ferè eadem ratio ipſi Eratoſtenis, qua etiam Hipparcus ſimul eſt vſus. Fit enim media inter Tropicos talium ij. proximè, qualium eſt Meridianus 83, facile autem comprehenſibilia, hinc ex hac propoſita obſeruatione fiunt & habitationem, in quibus obſeruationes fecerimus, inclinationes ſumptarum tum intermedij ſigni duorum terminorũ, quod fit in Aequinoctiali: nam circumferentia inter & hoc punctum, & eius quod eſt ad verticem, à qua æqualiter profectò etiã poli ab horizonte abſunt.

THEON.

De circumferentia inter Tropicos.

CAP. XI.

POSTQVAM abſoluimus tractatum rectarum in circulo, atque etiam de conſequentibus ſecundum partem ad hanc tractationem, deinceps de dicta ab ipſo neceſſario demonſtrationum particulariũ poſſumus, hoc eſt de quãtitate inter duos polos Aequinoctialis & Zodiaci in maximo circulo deſcripto per eoſdem polos ſermonem faciemus. Inquit igitur hic. QVANTVM OBLIQVVS per media ſigna circulus inclinatus ſit ad Aequinoctialẽ, horum enim declinatio æqualem ſumit illi, quæ eſt inter duos polos.

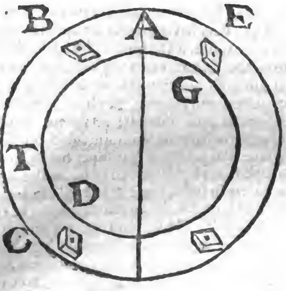


Si enim intellexerimus Zodiacum ABG Aequinoctialem verò ADG, & A punctum quidem ſecundum vernalem ipſius ſectionem, B verò æſtiuum Tropicum, & ſumamus ipſius ABG Zodiaci polum E, ſed AGD Aequinoctialis polum ipſum Z, & per ZE maximum circulum ſcribamus, vt BEZT, ſit ZD æqualis EB, ex polis enim ſunt maximorum circulorum, & communi ablata DE, reliqua ZE inter polos, reliquæ BD declinationis eſt æqualis, quare ſi declinationem circulorum inuenerimus; ſuper ita deſcriptum maximum circulum, inueniemus etiam ipſam inter polos. Quod verò BD declinationis ſit circulorum, oſtendemus hoc modo. Si enim adnectemus AG, BC, DT communes ſectiones circulorum, erit C. centrum ſpheræ, propterea quod ſunt maximi circuli, & diametri BC, DT, AG. Et quoniam BDCT rectus eſt ad ipſos ABGC, ADGT circulos, & ipſi ABGC, ADGT igitur circuli recti ſunt ad ipſum BDCT, igitur & communis ipſorum ſectio AG recta eſt ad BDCT circulum, igitur & ad omnes ipſius rectas, quæ tanguntur, & ſunt in ſuperficie BDCT circuli, quare & ad BH DH, recta eſt AG. Et quoniam ipſi AG communi ſectioni per media, & Aequinoctialis in vtroq; ſuperficierum ad rectas ſunt, HBHD, igitur quæ ſub BHD declinatio eſt dictarum ſuperficierum, & eſt ad centrum ſphæræ. Quare & BD circumferentia declinationis eſt earundem ſuperficierum. Rurſum dicens quam rationem habet circulus ad circumferentiam ſumptam ipſius inter polos ex parallelis de eadem declinatione loquitur, ſi enim inuenerit hanc rationem, habeat verò & maximum circulum partium 360, habet igitur & circumferentiam inter polos, cui circumferentiæ æqualiter abeſt Aequinoctialis ab vtroq; Tropicorum, hoc eſt cuius circumferentiæ duplarum eſt, quæ inter Tropicas, ob id & hanc adduxit, quia maximè per hanc in promptu dictam circumferentiam inter polos comprehendit, & quoniam materiæ ſpeculationis aſtronomicæ ſunt apparentiæ, ex ijs talem primam demonſtrationem inter Tropicos circumferentiæ excogitat. Dico igitur ex obſeruationibus apparentiarum, vſus autem eſt ad talem obſeruationem intelligentiam ſimplicioribus duabus organorum expoſitionibus, vna quidem per armillas, altera verò per laterculum, quorum primum conſtructionem exponit, & poſitiones poſtea ita & vſus, & per hæc inuenit, vt diximus, inter Tropicos circumferentiam, & ex hac propoſitam inter polos, atq; etiam eam ab eo, quod ſupra verticem ad Aequinoctialem, hoc eſt poli eleuatio. Conſtituit autem, inquit, inſtrumentum hoc modo, & primo per anulos. Faciemus autem, inquit, circulum æneum mediocris magnitudinis, tornatum accuratè, quadrangulum ſuperficie, hoc eſt quadrilaterum, poſtea deſcribentes ſuper vna earum, quæ ad cauum & ad conuexum latus in medio circulo; diuidentes ipſum in particulas 360 maximi circuli, & etiam quæ media ſunt, in quot quot fieri poſſunt, vtemur hoc Meridiano collocantes ipſum, qui habeat poſitionem ad rectas Horizonti, & etiam ad Vrſas & Meridiem. Deinde alterum paruum circulum tenuiorem ipſo ſecundum altitudinem coaptantes ſub ipſo, vt latera eorum, ſicuti diximus quæ circa conuexa & caua ſunt, in vna maneant ſuperficie, & circunduci expedite ſub maiore poſſit minor circulorum in eadem eius ſuperficie ad Septentrionem, & ad Meridiem, hoc autem fiat aliquibus paruis priſmatibus fixis ad latera maioris circuli ad vtrumq; & continentibus minorem ad eandem ipſi ſuperficiem, deinde in quatuor æquales diuiſo minore circulo in duobus punctis in factis in diametro, coaptamus duos paruos ſtilos quadrangulos æquales, vt ſuper rectam ipſis exiſtente Sole, totum inferiorem ſtilum a toto ſuperiore adumbretur vergentes inter ſe, & centrum circulorum, hoc eſt vt latiora, & quadrangula latera inuicem ſint conueſa, & tamquàm ad centrum, & vt hoc quidem vt ad Septentrionem & Meridiem, illud verò tanquàm ad centrũ, præterea verò etiam

ad

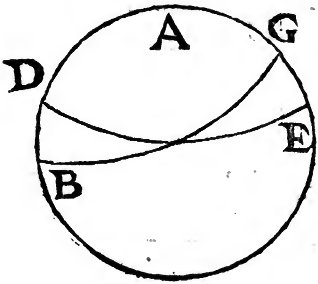
ad rectas ſuperficiei circulorum,in quibus apponemus in medio latitudinis corũ, hoc eſt in media diſtantia eorum,quæ ad Septentrionem & ad Meridiem,& coeant in anulo paruos gnomones, conſtringentis latus maioris & diuiſi circuli. Tractans igitur hactenus de conſtructione inſtrumẽti per anulos, deinceps & de poſitione ipſius,tractat, quomõ oporteat ipſũ plene cognoſcere,& inquit.Hunc oportet maiorẽ circulũ ad ipſas obſeruationes ſup columellã collocare,medіocri magnitudine,quę iaceat in ſuperficie paralella Horizõti in aliquo luminoſo loco,quæ habeat paralellas baſes inter ſe, rectũ quidẽ ad Horizontẽ paralellũ qdẽ ſupficiei Meridiani,rectũ igitur ad Horizõtẽ ſumitur hoc modo Põduſculũ plũbeũ paruũ totũ appenſũ à centro baſis, vt ſup rectã ſit funiculus ipſius axi,ſiuamus deaſũ ſerri,imponẽtes funiculũ in pũcto circuli ad verticẽ, quod erit,hoc verò eſt,quod eſt ad diametrum contingentis ſedem columellæ ſub paruis appoſitis, dirigentes vt ad ipſum,donec ad diametrum contingat vertex ipſius ad ipſa latera circuli,& neq; extra ipſum inclinet,neq; inſideat ipſi,& erit tunc ſuperficies recta ad ipſum,quod eſt ad Horizontem. Quoniam enim paruus conus proprio pondere delatus rectum funiculum ſeruat ad ſuperficiem Horizontis, & hoc modo recta ad Horizontem poſitio inſtrumenti conſtituitur,vt autem & parallelum Meridiani ſuperficiei ipſum conſtituamus; ſumimus primo Meridianam lineam facile perſpicuã in immobili ſub baſi ſuperficie, & in hac ponentes calumellam perſpicimus adferentes columellam per paruos conos,dum dictis modis obſeruatis,donec per vnum latus ſuperficies eorum parallelus Meridianæ lineæ perſpiciatur,& hoc modo habemus etiam talem poſitionem. Eſt autem ſic promptius ſimul & ad rectas parallelum Meridiano ſuperficiem circulorum poſitionem ſumere. Si enim ponentes baſim columellę ſuper meridianam lineam regulas duas ſumentes ad vtramq; baſis partem conſtituemus rectas ad Horizontis ſuperficiem iuxta modum,qui ſub demonſtrabitur deinceps in laterculo,conſtituentes ipſum, quę ad latera ipſa ſuper meridianam rectam, erunt & ad rectas Horizonti, & in ſuperficie Meridiani. Si igitur anulos imponentes ipſis regulis coaptemus plumbo maiorem in ſede, erunt & recti ad Horizontem, & in Meridiani ſuperficie. Cum igitur nobis declaraſſet conſtructionem, & compoſitionem, deinceps ad vſum deſcendit,& inquit. HAC IGITVR poſitione facta, & quæ ſequuntur. Talem igitur poſitionem,cum organum ſumpſiſſet,obſeruabamus Solis receſſum ad Septentrionem & Meridiem,& circa æſtiuas conuerſiones,hoc eſt, Sole circa principium Cancri exiſtente, & circa hyemales conuerſiones, Sole rurſus circa principium Virginis exiſtente in ipſo Meridiano, hoc eſt in dimidia hora quando ſine vmbra fiebat Meridianus,adferentes interiorem ex circulis,donec ſuperius pinnacidium, quod eſt ad diametrum ſui ipſius & infra ad nos obumbret,tunc etenim per medium pinnacidium cognita recta educta,ad Solis centrum cadet,circa ipſas,igitur,vt diximus conuerſiones exiſtente Sole per conſequentes dies talem obſeruationem facientes, obſeruamus donec comprehendamus Solem à maxime boreali, vel à maxime Auſtrali termino conuerſum,& tanquam in eodem puncto manentem Meridiani, quod circa talia puncta magis ipſe immoretor,ſuper eodem,& ſumentes punctum ad illum terminum Solis receſſus, inuenimus quot particulæ aberat ab eo, quod ſupra verticem ad maxime borealem terminum ſuper Meridionali, oſtendente nobis paruo gnomone; vlz hoc, ex relictis diuiſionibus maioris circuli inter & paruũ gnomonẽ puncti qd eſt ad pinnacidiũ,& puncti quod eſt ad verticem,hoc eſt contingentis in diametro ipſum, quod eſt ſuperficiei,quoniam & ita adnexa recta ad rectos angulos fit Horizontis ſuperficiei,quæ & ad ipſum,quod ad verticem eſt cadit,quod eſt & ſuper ipſo Meridiano, obſeruantes igitur ambos per latitudines Solis tranſitus & maximè borealem, & auſtra-

auſtralem, in quibus magis borealis Sol erat ipſo, qui ad verticem, hoc eſt in quibus habitationibus eleuatio minor eſt iis, quæ comprehenduntur per medium ab Aequinoctiali inclinationis partium 23. 51. Componentes ambos receſſus paruorum gnomonum ab eo, quod eſt ad verticem, ad maximè borealia, & maximè auſtralia, totam comprehendimus factam inter Tropicos, vbi autem Sol maximè borealis factus erat ſuper ipſo, quod ad verticem erat, ſumentes ſolum Solis receſſum ab eo quod ad verticem, ad maximè auſtralem terminum, Hanc rurſus dicebamus eſſe inter Tropicos, vbi verò maximè borealis, Sol factus auſtralis, eo quod ad verticem erat à receſſu magis auſtrali ipſius, quod ad verticem auferentes magis borealem, reliquum dicebamus eſſe inter Tropicos, quam biſariam ſecantes, habebamus in Aequinoctiali punctũ, omnino autem in omnibus habitationibus quantum abeſt hoc punctum talis biſariam ſectionis, quod eſt in Aequinoctiali ipſius, quod ad verticem, tanta erit & eleuatio habitationis talis ſigni ad verticem facti in Aequinoctiali ſuper ſola recta ſphera. Vt autem etiam hic perſpicua nobis ſint per lineares demonſtrationes, ea quæ dicuntur.

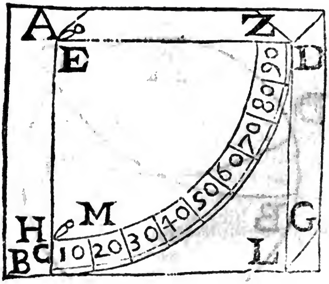


Exponantur AB, GD circuli habentes dictam poſitionem, ad verticem verò ſit A, & borealia quidem ſint, quæ ad E, auſtralia verò, quæ ad B, & maximè borealis cum ſit Sol, obumbret quod ſupra eſt paruum priſma quod infra in E poſitione, maximè verò auſtralis ſit in ea, quæ ſit ad B, habebimus igitur etiam ex anuli diuiſione EAB Solis receſſum à maximè boreali ad maximè auſtralem, qui fit inter Tropicos, compoſitos, videlicet ex ipſis AE, & AB, ab eo, quod ad verticem ad maximè borealem, & maximè auſtralem. Et ſimiliter ſi paruum pinnacidium ad A ad verticem maximè boreale factum obumbret in diametro maximè auſtrale factum ad T, habebimus rurſum AT inquiſitam circumferentiam. Si verò maximè borealis terminus in B fiat, maximè verò auſtralis in C, auferentes ex ipſa AC, AB, habebimus reliquam BC, inquiſitam ſimiliter circumferentiam, quam biſariam ſecantes habebimus ad Aequinoctiale punctum, quod autem quod ab eo ad verticem diſtantia Aequinoctialis eleuationem continet habitationis, in quo faciamus obſeruationes ita nobis manifeſtum erit.

Sit

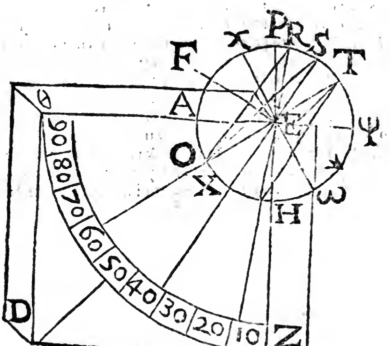


Sit Meridianus circulus ABG,& in eo ad verticem punctum ipſum A, Horizon verò BG. Quoniam igitur in omni habitatione polus Horizontis ad verticem eſt punctus,igitur AG quadrans eſt. Sit autem & Aequinoctialis DE, polus autem ipſius ipſum Z, igitur & D Z quadrans eſt eiuſdem maximi circuli, æqualis igitur eſt AG ipſi DZ, & communi ablata AZ, reliqua AD, reliquæ ZG æqualis eſt, & AD eſt ipſa, quæ ab ipſo ad verticem ad Aequinoctialem, G Z verò ab Horizonte ad polum,quæ eſt eleuationis, quæ igitur ab ipſo, quod ad verticem ad Aequinoctialem æqualis eſt poli eleuationi. Conſtructio igitur per anulos inſtrumenti,& poſitio quoque, ac vſus hoc modo ſe habet. Deinceps verò de eiſdem & de altero inſtrumento diſputabimus, quod dicet etiam accommodatius eſſe ad inquiſitam intelligentiam. Dicit igitur. OPORTET conſtruere laterculum ligneum, vel etiã lapideum,quadrangulum quidem ſecundum longitudinem & latitudinem, minorem verò diſtantiam habentem in profunditate, vt ſit figura eius ſolida æquidiſtanti ſuperficie,habens quatuor ſuperficies ex parallelo grammis altera parte longioribus, reliquas verò duas & è regione quadrangulas, prætereà verò & immobilis, & mediocris magnitudinis,vt poſſit ſtare ſecundum capitis tempus,non vt valdè anguſtæ ſint, altera parte longiores ſuperficies vt ipſa ſimiliter ſtare poſſit firmiter habens extenſam vnam quadrangularium laterum ad regulam factam, & laboratam, vt in hac ſuppoſita deſcriptione ipſam ABGD.



In qua ſuper vno angulorum appendentes exiguum capiemus punctum, ceu ipſum E, quo centro vtentes, & interuallo mediocri ſcribemus circuli quadrantem ZH, adnectentes ab ipſo E duas rectas ad rectas inter ſe, quæ intercipiant quadrantem totius circuli, vt ipſas EZ, EH, & diuidentes ZH circumferentiam in 90. partes æquales, & quæ intermedia fieri poſſunt ſexageſima in vna rectarum continentium angulum, quę ponitur ad rectas Horizontis ſuperficiei, & in magis auſtrali parte ſuperficiei accepta, vt ipſe inquit, & quæ futura eſt recta ad Horizontis ſuperficiē, & quæ eſt habitura poſitionem, ad Meridiani paruum gnomonem ponemus cylindricum, ad capiendum ab hoc vmbram à Sole cadentem. Neceſſarium igitur in magis auſtrali parte ſuperficiei oportet eſſe cylindrum paruum, vt radii in ſuperficie cadant ad borealia ipſius miſſi, vt in habentibus plus eleuationem maximæ inclinationis eius, qui per media ad Aequinoctialem partium 23. 51. Cum ponatur igitur laterculus in aliquo luminoſo loco in immoto pauimento ad Horizontis ſuperficiem, (hoc autem fit per diaberem, ſiue alpharium eſt, autem diaberes, ſiue alpharium inſtrumentum ſimile corobati, concauo, vel etiam aquam in ſuperficie infuſam & ſub fulchris erectam quouſq; aqua quieſcat) & eum AB G D quadranguli latus ad Orientem vertatur, ipſa verò BCLG ad pauimentum, recta cum fiat EH Horizontis ſuperficiei, coaptauimus in ipſo E puncto, cylindrum paruum, vt centrum baſis ipſius in ipſo accuratè ſit. Præterea verò & ad inferiorem terminum dictæ rectæ in ipſo M alterum paruum cilyndrum impoſuimus æqualem, & ſimiliter tornatum altero, cum demonſtrata igitur ſit à nobis conſtructio laterculi, deinceps etiam de poſitione, & vſu ipſius tractationem aggreditur. CONSTITVENTES igitur, inquit, hoc deſcriptũ laterculi latus, vt parallelam ipſam habeat poſitionem productā ad Meridionalem lineam, videlicet iterum perſpicientes, vel & ſupra ipſam ponentes etiam & rectam ipſam faciemus ad Horizontis ſuperficiem per funiculum habentem appenſum ponduſculum, & à termino ſuperioris partis cylindri demiſſum, donec in terminum inferioris parui cylindri inclinet, funiculo eſſim terminum inferioris

rioris parui axis acurratè tangente,ſit parallelo paruum rectilineum contentum ſub quatuor paruis axibus,& duobus æqualibus,& ſimilibus paruis cylindris,& recta in ſuperficie per terminos ipſarum,& etiam propterea funiculo. Et manifeſtum quod etiam rectangulum eſt. propterea quod etiam paruus cylindrus ad perpendiculum ſit ſuperficiei, & axes ipſarum rectæ quæ eſt in ſuperficie. Quare quando funiculus contingerit exactè terminum inferioris parui cylindri, tunc & ſuperficies recta erit ad ipſum,quod eſt ad Horizontis parallelo grammi rectanguli conſtructi. Præterea autem & poſitione dicta,deinceps de vſu aggrediemur.Faciebamus igitur talem ſecundum latitudinem obſeruationem Sole ſimiliter circa æſtiua Solſtitia, & hyberna exiſtente,præterea & in ipſo Meridie,hoc eſt rurſum circa horam 6. videntes à paruo cylindro cadentem vmbram ad deſcriptam ſuperficiem, & ſignificantes in quali ſectione circumferentiæ eſt, & quartam accipit circumferentiam à recta ad perpendiculum Horizonti,quæ & ad ipſum,quod eſt ad verticem cadit. Et vt apertior nobis ſit,quæ à paruo cylindro vmbra, apponimus cauum quodam ad deſcriptam circumferentiam,vt ipſa appareat magis perſpicua in ipſum cadens. Et quoniam vmbra latior eſt (quoniam & ipſe paruus cylindrus craſſior exiſtit) etiam maiorem locum circumferentiæ excipit, tunc medium ipſius ſignificantes in quadrantis diuiſione,habebamus receſſum ab ipſo,quod ad verticem centri Solis ſecundum latitudinem in Meridiano,hoc eſt ad Septentrionem & Meridiem,facientes igitur tales obſeruationes per conſequentes dies,& quando quidem circa æſtiuum Solſtitium Sol exiſtebat,obſeruantes à paruo cylindro vmbram,vt ad partes auſtrales exiſtentem,& non amplius ad magis auſtrales recedentem,ſed reuertentem,capientes in ipſa punctum,habebamus Solis receſſum ab ipſo,quod ad verticem ad æſtiuum tropicum, poſtea rurſus ad hyberna Solſtitia ipſo deſcendente & exiſtente vmbra magis boreali, & non amplius vlterius ipſo,vt ad magis Septentrionalia recedente, ſed rurſus reuertente,ſimiliter ſignificantes in ipſo punctum,inuenimus Solis receſſum ab ipſo,quod ad verticem ad maxime auſtralem, & hoc modo habemus à Meridiano à maxime boreali Solis termino ad maximam auſtralem inquiſitam circumferentiam, quot eſt ſegmentorum ex intermediis relictis diuiſionibus,quam biſariam ſecantes habitam,& ad Aequinoctialem punctum,& quantum abfuit ab vtroq; tropicorum & præterea ipſa ab eo quod ad verticem ad Aequinoctialem, quæ æqualis eſt eleuationi,hoc eſt latitudini ſuppoſitæ habitationis. Vt autem rurſus & per lineas ob oculos nobis ſint ea,quę dicuntur



Sit ruſſus deſcripta circuli ſuperficies EHDΘ paralella Aequinoctialis ſuperficiei & perpendicularis ad ipſum, quod eſt Horizontis, & extremo vmbræ exiſtente in æſtiuis Solſtitiis, in ipſo N, in hybernis autem ad O, ſi intellexerimus adimpletum PTNO circulum, erit profectò Meridianus, propterea quod ſuperficies in Meridiano poſitionem habet, & ſi adnectentes ipſas NE, OE intelligemus ipſas ad Meridianum eiectas, vt ipſas NER, OETT, & adnectamus ipſas RO; TN, & eiecerimus ipſam HE ad ipſum P, erit quidem RO æſtiui tropici diametrus, TN verò hyberni tropici, ipſum verò P ad verticem, & RN quidem æſtiuus tropici radius, TO verò hybernus, & perſpicuum quod ipſo R perueniens Sol, per ipſum paruum cylindrũ ad E, radium mittet RN, diſtans a P ad verticem ipſa PR circumferentiam, hoc eſt ipſam HN. Cum verò ad T peruenerit, radium mittet TO, diſtans iterum ab eo, quod ad verticem PT circumferentiam, hoc eſt ipſa HO. Ex pluribus igitur talibus obſeruationibus, quæ circa æſtiua Solſtitia, & hyberna ab eo factæ ſunt, intelligebantur NO inter tropicos ſemper MZ, qualium circuli 360, & maiore quidem, vel duobus partibus ſegmenti, minore verò quàm dimidia quarta, & hoc verò ita ſe habens, computabant, propterea quod & intermedia partium interualla diuiſa ſunt per ſexageſima, & hæc ratio eadem ferè rationi Eratoſthenis, qua & Hipparchus vtebatur, vt accuratè ſumpta. Etenim cum Eratoſthenes diuiſiſſet vniuerſum circulum in 83, inueniebat ipſam inter tropicos eorundem ii. & eſt vt 360. ad 47 42. 40, ita 83. ii. Quod verò ex talibus obſeruationibus in promptu ſumitur & eleuatio, vel etiam inclinatio habitationis, in qua obſeruatio fiet, ita enim manifeſtum. Quoniam enim RT bifariam diuiſa in Aequinoctiali punctum bifariæ diuiſionis fiebat Si igitur ſecabimus ipſam bifariam in 5. & annectentes SE; produxerimus ad X, erit & SX diametrus Aequinoctialis. Si igitur hanc ad perpendiculum à centro E ducamus EF, erit EF axis, & F poli Aequinoctialis, & EΘ quidem Horizontis poſitionẽ habebit, propterea quod recta ſit ipſa, quæ ſub PEΘ ipſo P ad verticem exiſtente, & quadrans cum ſit PA circumferentia, quantum & abeſt ipſum, quod ad verticem Horizontis, polus ipſius exiſtens, erit autem F manifeſtus polus, & quoniam PFA quadrantis eſt, ſed & SF, propterea quod F polus ſit Aequinoctialis, communi ablata PF, reliqua PS æqualis erit ipſi FA. Similiter is, quæ autem dicta ſunt, & eſt AF eleuationis, & PS igitur æqualis eſt poli eleuationi, & data eſt PS, hoc eſt HX, ex quadrantis diuiſione, Data igitur eſt & FA eleuationis, quare & SΨ reſidua ipſius SP in quadrante erit data inclinationis exiſtens; Similiter autem & in quacunque habitatione talem obſeruationem faciemus, diſtantiam quæ ita ſumitur à puncto ad verticem ad ipſum, quod eſt bifariam diuiſionis, & maxime borealis, & maxime auſtralis Solis receſſus dicemus eſſe eleuationis, quod & latitudo eſt habitationis, reliqua verò in quadrante ſunt inclinationis. Manifeſtum autem quod latere deſcripto exiſtentẽ EHDΘ, & cum paruus gnomon iaceat ad vnum angulorum, vt in pũcto E, & non ad omnem habitationem vtile eſt inſtrumentum ad intelligentiam inquiſitæ inter tropicos circumferentiæ. Vbi enim Sol magis borealis ſit ipſo P ad verticem, tanq; ad ipſum X, mittet per E cylindrium radium XEΘ cadentem ipſius EHDΘ paralellogrammo, & impoſſibilem facientem inquiſitam intelligentiã, ob id oportet in talibus climatibus non ad extremum eſſe gnomonem, ſed circa medium, vt in ipſo Θ Z paralellogrammo ipſum E, & replere circumferentiam, & ita intelligentiam inter tropicos tractare, ſimiliter iis, quę dicta ſunt in anulo, & erunt nobis conſtructiones & poſitiones, & vſus duorum inſtrumentorum, & per tales obſerua-

tiones

tiones intelligentiam tales, dubitare autem poſſet aliquis ob quam cauſam poſt expoſitionem eorum quæ primo debent præſumi mathematicæ ſpeculationis incipiens à particularibus demonſtrationibus, & cum dixiſſet neceſſarium eſſe primam fieri demonſtrationem quantitatis inter duos polos circumſerentiæ Zodiaci, & Aequinoctialis, & ante hanc neceſſarium eſſe ſumi tractationem in circulo rectarum, tanquàm vtilem ad demonſtrationem circumſerentiæ inter dictos ſecundos polos, cum prius expoſuiſſet in circulo rectas nullo modo iis vſus eſt ad inuentionem inter polos circumſerentiæ manifeſtum igitur, quod etiam hanc cum primo dicendis præſumere voluit, tanquàm vtilem ad plurimas conſtructionis lineares demonſtrationes. Ob id etiam inquit, neceſſarium videmus primo exponere tractationem in circulo rectarum omnino cum ſemel ſimus omnia lineariter demonſtratur; debebat etiam cum non prius expoſuiſſet in circulo rectas ſecundum diuiſionem obliquationis tractatus, demonſtrare prius per inſtrumenta, ipſam, quæ eſt inter tropicos Aequinoctialis partium 23. 51. 20. proximè collectam, quæ eſt maxime obliquationis, poſtea expoſitionem tractatus in circulo rectarum exponere, propter quod ipſis opus erant ad particulares obliquationes, vnde magis conuenientius iudicabat, prius exponere in circulo rectarum tractationem demonſtrationis inter tropicos circumſerentiæ, & non poſt ipſam.

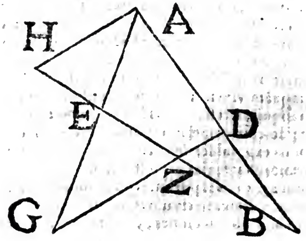
PTOLEMAEI.

Quæ præaſſumuntur ad Sphæricas demonſtrationes.

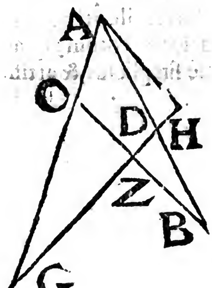
CAP. XII.

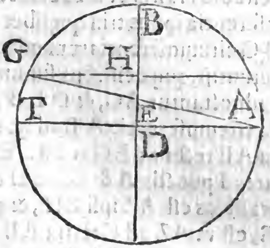
CVM verò conſequens ſit demonſtrare quæ particulares fiunt quantitates aſſumptarum circumferētiarum, tum inter Aequinoctialem, tūm inter circulum per medium animalium deſcriptis maximis circulis per ipſos Aequinoctialis polos, prius exponemus lemmatia breuia, & quibus facile vti poterimus, per quæ plurimas ferè demonſtrationes eorum, quæ ſphærice ſpeculamur, vt licet maximè ſimplicius, & artificioſius faciemus.

In



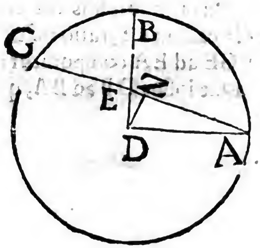
In duas igitur rectas A B, & A G, productæ duæ rectæ BE, & CD, ſecent ſe mutuò ad Z punctum. Dico quod ratio GA ad AE, compoſita eſt tum ex ratione GD ad ipſum ZD, tum ex ratione ZB ad BE. Ducatur enim per E ipſi GD parallelus EH. Et quoniam paralleli ſunt G D, EH, ratio GA ad EA eadem eſt rationi G D ad E H, extrinſecus verò ſumatur ZD. Igitur ratio GD ad EH, compoſita erit ex ratione GD ad DZ, & ipſius ex ratione D Z ad HE. Quare & ratio GA ad AE componitur ex ratione GD ad DZ, & ex ratione DZ ad HE. Eſt autem, & ratio ipſius D Z ad HE eadẽ rationi ZB ad BE, propterea quod parallelæ ſint rurſus EH, & Z D. Igitur ratio ipſius GA ad AE componitur ex ratione G D ad DZ, & ex ratione ipſius ZB ad BE, quod propoſitum erat demonſtrandum.





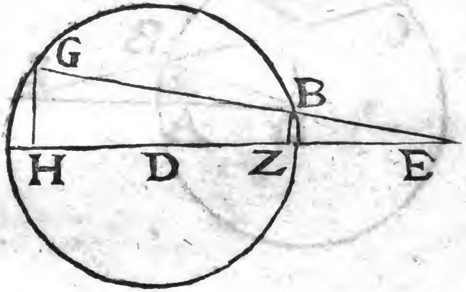
Eodem verò modo demonſtrabitur, quod etiam per diuiſionem ratio ipſius GE ad EA, compoſita eſt ex ratione ipſius GZ ad DZ, & ratione ipſius DB ad BA, per ipſum A ipſi EB parallelo ducta, & protracta ad ipſam ipſius GD H. Quoniam igitur rurſus parallelus eſt AH ipſi EZ, eſt vt ipſum GE ad EA, GZ ad ZH, ſed ipſa ZD extrinſecus ſumpta, ratio ipſius GZ ad ZH, componitur ex ratione ipſius GZ ad ZD, & ratione ipſius DZ ad ZH. Eſt verò ratio ipſius DZ ad ZH eadem rationi ipſius DB ad BA, proterea quod in parallelas AH, & ZB productæ ſunt BA, & ZH. Igitur ratio GZ ad ZH compoſita eſt ex ratione ipſius GZ ad ZD, & ex ratione ipſius DB ad BA. Sed rationi ipſius GZ ad ZH eadem eſt, ratio ipſius GE, ad EA, & ratio igitur ipſius GE ad EA componitur ex ratione ipſius GZ ad DZ, & ratione ipſius DB ad BA, quod erat demonſtrandum.

Rurſus ſit circulus ABG, cuius centrum D, & ſumantur in circumferentia ipſius tria quęlibet puncta A,B,G, vt vtraq; AB, B G circumferentiarum minor ſit ſemicirculo, & in circumferentijs, quę deinceps ſumuntur, ſimile ſubintelligatur, & adnectantur AG, & D E B, dico, quod eſt vt quę ſub dupla circumferentię A B ad ipſam, quę ſubdupla ipſius BG, ita AE recta ad EG rectã. Producantur enim perpendiculares à punctis A & G, ad DB, AZ, tum GH. Quoniam parallelus eſt AZ ipſi GH, & producta eſt in ipſa recta AEG, eſt vt AZ ad GH, ita AE ad EG: ſed eadẽ eſt ratio, quę eſt AZ ad GH, & ipſius, quę ſubdupla A B circumferentia ad ipſam, quę ſubdupla ipſius BG, dimidia .n. vtraq; vtriusq;, & ratio igitur ipſius AE ad EG eadem eſt rationi ipſius, quę ſubdupla ipſius AB ad ipſam, quę ſubdupla ipſius BG, quod erat demonſtrandum. Sequitur hinc autem, quod quamuis dentur & A G tota circumferentia, & ratio quę eſt ipſius, quæ ſubdupla ipſius A B ad ipſam, quę ſubdupla ipſius BG, dabitur & vtraq; ipſorum AB, & BG circumferentiarum.



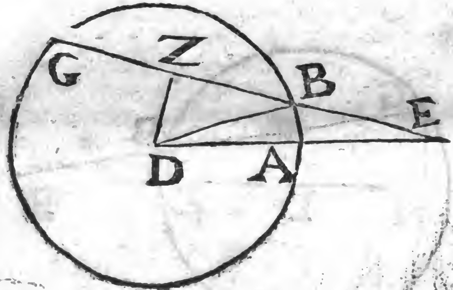
Expe-

Expoſita enim eadem deſcriptione, adnectatur A D,& ducatur ab ipſo D, perpendicularis ad AEG , ipſa D Z , quod igitur AG circumferentia data,& ADZ angulus dimidiam ipſius ſubtendens datus erit , & totum ADZ triangulum manifeſtum . Quoniam verò AG recta tota data ſubiacet, & ratio ipſius A E ad E G eadem exiſtens rationi ipſius,quæ ſubdupla ipſius AB ad ipſam,quæ ſub dupla ipſius B G, & AE erit data , & reliqua Z E , & ob id etiam DZ data,dabitur etiam E D Z angulus E D Z rectanguli, & totus qui ſub A D B, quare & AB circunferentia dabitur, & reliqua, BG, quod erat demonſtrandum ,



Rurſus ſit circulis ABG,circa centrũ D,& in circumferentia ipſius ſumantur tria puncta ABG , vt vtraque A B AG, circunferentiarum minor ſit ſemicirculo , & quæ deinceps ſumuntur in circumferentijs ſimile ſubintelligatur, & adnexa ipſi DA,& GB protrahantur, & concurrant ad punctum E, dico quod eſt, vt ipſa,quæ ſub dupla ipſius

GA circunferẽtiæ ad ipſam, quæ ſubdupla ipſius A B, ita GE recta ad B E, ſimiliter enim priori lemmatio. *Si ab* ipſis B, & G ducamus perpendiculares ad ipſum D A, & BZ, & ipſum GH, erit propterea quod parallelæ ipſæ ſunt, vt GH ad BZ, ita GE ad EB, quare & vt ipſa quæ ſubdupla ipſius GA ad ipſam, quę ſubdupla ipſius AB, ita GE ad ipſum EB, quod erat demonſtrandum. Et nunc inde ſequitur, quod & ſi GB circunferentia ſola data ſit, & ratio ipſius quæ ſubduplam ipſius GA ad ipſam, quæ ſubdupla ipſius AB data ſit, etiam A B circunferentia dabitur.



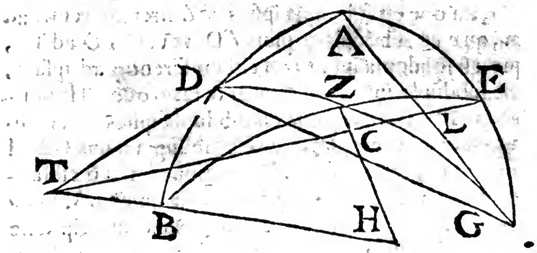
Rurſus etiam dabitur in ſimili deſcriptione adiuncta ipſa DB, & perpendiculari ducta ad ipſa BG, ipſius DZ, angulus quidem ſub BDZ dimidiam ſubtendens D G circumferentiæ erit data, & totum igitur BDZ rectangulum.

Quoniam autem & quando ratio ipſius GE ad EB data eſt, & etiam GB recta dabitur, & E B, & etiam totum EBZ, quare & quoniam DZ data eſt, dabitur & qui ſub

EDZ

EDZ angulus eiuſdem rectanguli, & reliquus, qui eſt ſub EDB, quare & AB circumferentia erit data.

His praeaſsũptis ſcribantur in ſphaerica ſuperficie maximorum circulorum circumferentiæ, vt in duas AB, AG, duæ ſcriptæ BE, & GD ſecent ſe inuicem in puncto Z, ſit



autem quælibet ipſarum minor ſemicirculo, idem verò & in omnibus deſcriptionibus intelligendum, dico igitur quod ratio ipſius, quę ſubduplam ipſius GE circumferentiae ad ipſam, quae ſubduplam ipſius E A circumferentiæ componitur tum ex ratione ipſius, quæ ſubdupla ipſius GZ, ad ipſam, quæ ſubdupla ipſius ZD tum ratione ipſius, quæ ſubdupla ipſius D B ad ipſam quę ſubdupla ipſius BA. Sumatur enim centrum ſphęrę, & ſit ipſum H, & producantur ab ipſo H ad ipſas BZE ſectiones circulorum tum HB, tum HZ, & H E, & adnexa A D protrahatur, & concurrat cum H B, protracta & ipſa in puncto T. Eodem vero modo adnexæ, D G, & AG ſecent ipſas HZ & HE in ipſo C, & L puncto. Supra vna igitur recta fiunt TCL puncta, propter quod in duobus ſimul ſunt ſuperficiebus, & in ea, quę AGD trianguli, & in ea, quę

BZE circuli, quę adnexa facit in duas rectas ipſas T A & G A, productis T L & G D ſecantes ſe inuicem in puncto C, igitur ratio ipſius GL ad LA componitur & ex ratione ipſius GD ad C D, & ex ratione ipſius DT ad T A. Sed vt quidem GL ad L A, ita quæ ſubdupla ipſius GE ad ipſam, quæ ſubduplam EA circumferentiæ. Quorum GC ad CD, ita quę eſt ſubdupla ipſius GZ circumferentię ad ipſam, quæ eſt ſubduplam ipſius ZD, vt verò TD ad TA, ita quę eſt ſubdupla ipſius D B circumferentię ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius BA, igitur & ratio quę eſt ſubdupla ipſius GE ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius EA, componitur & ex ratione ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius GZ ad ipſã, quę eſt ſubdupla ipſius Z D, & ratione ipſius q̄ eſt ſubdupla ipſius DB ad ipſã, quę eſt ſubdupla ipſius BA. Eodẽ verò modo & quemadmodũ in inſuperficie deſcriptione rectarum demonſtratur, ꝙ & ratio ipſius, quę ſubdupla ipſius GA ad ipſam quę eſt ſubdupla ipſius EA, componitur & ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius GD, ad ipſam. quę eſt ſubdupla ipſius DZ, & ratione ipſius quę eſt ſubdupla ipſius ZB, ad ipſam quę eſt ſubdupla ipſius BE, qua propoſita erat demonſtranda:-

Qua

Quæ præaſſumantur ad ſphæricas demonſtrationes. Cap. XII.

THEONIS.

CVM verò conſequens ſit etiam particulares demonſtrare quantitates aſſumptarum circumferentiarum tum inter Aequinoctialem, tum circuli, per media animalia deſcriptorum maximorum circulorum per Aequinoctialis polos, propter quod maximam demonſtrauit, hoc eſt ipſã, quæ eſt à Tropico ad Aequinoctialem. Prius exponit lemmatia breuia, & quibus facile vti poſſimus, per quæ plurimas ſphericarum demonſtrationum ſimplicius, & artificioſius tradit, & primum, cuius propoſitio poteſt eſſe talis. Si in duas rectas finitas angulum continentes ab extremis producantur duæ rectæ ſecantes ſe inuicem, & quæ angulum continent, ratio vnius rectarum, quæ à principio angulum continent, ad ipſam, quæ inter cipitur ad angulum à producta coniuncta eſt, ſiue componitur & ex ratione productæ ab extremo dictæ rectæ, & interceptæ ipſius exceſſus alterius productæ ad alteram rectam continentium angulum, & præterea ratione interceptę, & à ſectione productarum ad terminum alterius angulum continentium, & ipſius totius productę.

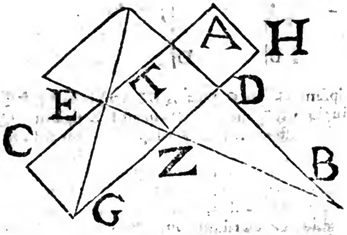


In duas enim rectas AB, AG productæ duæ & BE, & GD ſecent ſe inuicem in puncto Z, & ipſius autem AB, AG in punctis D, E. Dico quod ratio ipſius GA ad AE componitur & ex ratione ipſius GD ad DZ, & ex ratione ipſius ZB ad BE. Producatur enim per E ipſi GD parallela EH. Quoniam igitur parallela eſt GD ipſi EH, igitur ratio ipſius GA, ad AE eadem eſt rationi ipſius GD ad EH, & æquiangulum, rurſus fit BZD triangulum ipſi BEH, triangulo, igitur ratio ipſius GD ad EH, hoc eſt ipſius GA ad AE, componitur & ex ratione ipſius GD ad DZ, & ratione ipſius ZB ad BE, & perſpicuum quod à quo puncto incipit compoſita ratio, ab eo incipit etiã prima componentium, & in quod hæc deſinit, ab hoc incipit ſecunda componentium, & deſinit in quod compoſita deſijt, quemadmodum ratio compoſita ipſius GA ad AE incipit quidem ab ipſo G, & deſiit ad ipſam E, poſtea prima ratio componentium ipſius GD ad BZ incepit ab ipſo G, à quo & compoſita, & deſiit ad ipſam Z, & deinceps ZB ad BE ratio incepit ab ipſo Z in quod prima componentium deſiit, & deſiit in ipſo E, in quod compoſita deſiit. Dico igitur quod & omnino in tali ordine ſimilis demonſtratio conſtat, hoc eſt ratio ipſius EB ad BZ componitur & ex ratione ipſius EA ad AG & ratione ipſius GD ad DZ. Vt enim in eadem deſcriptione, quia ratio ipſius EB ad BZ eadem eſt rationi ipſius EH ad ZD, ſed ipſorum EHZD ipſius GD extrinſecus ſumptæ ipſius ratio EH ad ZD componitur, & ex ratione ipſius EH ad GD, & ratione ipſius GT ad DZ, quare & ratio ipſius EB ad BZ componitur ex ratione ipſius EH ad GD, & ratione ipſius GD, ad DZ, ſed ratio ipſius EH ad GD, eadem eſt, quæ ipſius EA ad AG, igitur ratio ipſius EB ad BZ componitur & ex ratione ipſius EA ad AG, & ratione ipſius GD ad DZ. Præterea & alio modo ſumendus eſt dictus ordo, dico enim rurſus quod ratio ipſius BE ad EZ, componitur & ex ratione ipſius BA ad AD, & ratione ipſius GD ad GZ.

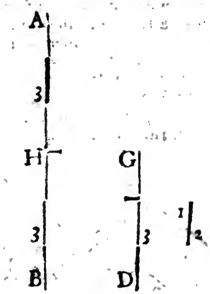


Vt

Vt enim in preſenti deſcriptione producatur per punctum Z ipſi AB parallela HZ. Quoniam igitur ratio ipſios BE ad EZ, eadem eſt rationi ipſius BA ad DH, ſed ratio ipſius BA ad ZH ipſa DA extrinſecus ſumpta, componitur & ex ratione ipſius BA ad AD, & ratione ipſius AD ad D H, quare, & ratio ipſius BE ad E Z, componitur & ez ratione ipſius BA ad AD, & ratione ipſius AD ad ZH. Rationi verò ipſius AB ad ZH eadem eſt rationi ipſius GD ad GZ, & ratio igitur ipſius BE ad EZ, componitur & ex ratione ipſius BA ad A D, & ratione ipſius GD ad GZ. Eodem modo & in cæteris caſibus. Idem colligetur rectarum ordine iuxta dictum modum ſumpto.

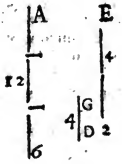


Vt autem præterea manifeſtum ſit ipſum, quod eſt compoſitionis rationum; producatur GD ad T, & ponatur ipſi EH ipſa DT æqualis, & producatur ab ipſo D ipſi GT ad perpendiculum ipſa DC, & ponatur æqualis ipſi DZ, & compleatur LG parallelogrammum. Et quoniam ipſius GC parallelogrammi ad CT ratio eadem eſt rationi ipſius GD rectæ ad ipſam DT, ratio verò ipſius GC ad CT componitur ex reliquis, hoc eſt & ex ratione, quam habet GD ad D C, & CD ad DT. æquiangula enim parallelogramma rationem habẽt ad inuicem cõpoſitã ex lateribus & ratio ipſius GD igitur ad DT componitur & ex ratione ipſius GD ad D C, & ratione ipſius CD ad DT, ſed ipſa quidẽ DC ipſi DZ eſt æqualis, DT verò ipſi HE, igitur ratio ipſius GD ad E H, hoc eſt quæ eſt ipſius GA ad AE componitur & ex ratione ipſius GD ad DZ & ratione ipſius DZ ad E H, hoc eſt ipſius ZB ad BE. Ratio ex duabus rationibus, vel pluribus componi dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ fuerint, aliquam quantitatem rationis. Habeat enim AB ad GD rationem datam, & GD ad EZ rationem, dico quod ratio ipſius AB ad EZ, componitur & ex ratione ipſius AB ad GD, & ex ratione ipſius GD ad EZ, hoc eſt quod ſi ipſius AB ad G D rationis quantitas multiplicetur ad ipſam ipſius GD ad EZ rationis quantitatem eam, quæ eſt ipſius AB ad EZ faciet.



Sit enim prius ipſum AB ipſo GD maius, GD verò ipſo E Z, & ſit ipſum quidem AB ipſius GD duplum, & ipſum vero GD ipſius E Z triplum. Quoniam *igitur* GD ipſius EZ triplum eſt, ipſius verò GD duplum ipſum AB, igitur AB ipſius EZ eſt ſexcuplum.

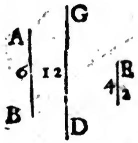
Quoniam enim & ſi triplum alicuius duplicemus, fit ſexcuplum ipſius. Hoc enim eſt propriæ compoſitio. Vel hoc modo. Quoniam ipſum AB ipſius GD eſt duplum: diuidatur ipſū ad ea, quæ ſunt AB ipſi GD æqualia ipſa AH HB. Et quoniam GD ipſius EZ eſt eſt triplum, æquale autem eſt AH ipſi G *D*, igitur & AH ipſius EZ triplum eſt. Propter eadem igitur & ipſum HB ipſius EZ eſt triplum igitur & totum AB, ipſius EZ eſt ſexcuplum, ratio igitur ipſius AB ad EZ, componitur per ipſum GD medium terminum, & ex ratione ipſius AB ad ipſum G D. & ratione ipſius GD ad EZ Similiter autem etiā & ſi minus ſit vtroque ipſorum AB, EZ, ipſum GD, idem colligetur.



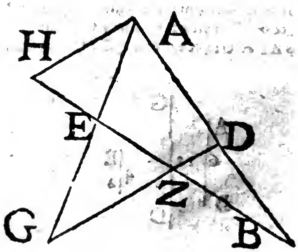
Sit enim rurſus ipſum idem AB ipſius G D triplum, GD vero dimidium ipſius EZ. Et quoniam ipſum GD dimidium eſt ipſius EZ, ipſius vero G D triplum ipſum AB igitur AB ſeſquialterum eſt ipſius E Z.

Si

Si enim dimidium alicuius triplicemus, habebit ipſum ſemel & dimidium, vel hoc modo. Quoniam ipſum AB, ipſius GD eſt triplum, ipſum verò GD ipſius EZ dimidium, qualium igitur eſt ipſum AB, æquale ipſi G trium, talium eſt ipſum EZ duorum, quare ſeſquialterum erit ipſum AB ipſius FZ. Igitur ratio ipſius AB ad ipſum GZ, compoſita eſt per ipſum GD medium terminum compoſita & ex ratione ipſius AB ad GD, & ratione ipſius GD ad EZ.



Sed tamen rurſum ſit GD vtroq; ipſorum & AB, FZ maius, & ſit ipſum quidē AB ipſius GD dimidia pars, ipſum verò GD ipſius EZ ſeſquitertium. Quoniam igitur qualium eſt ipſum AB duorum, talium ipſum GD, 4. qualium verò ipſum GD 4. talium ipſum EZ trium, & qualium igitur ipſum AB duorum, talium ipſi EZ trium, Collecta eſt igitur rurſus ratio ipſius AB ad Z per ipſum GD mediū terminum, qui eſt duorum ad ipſa tria. Similiter verò & in reliquis caſibus. Et manifeſtum quod ſi à compoſita ratione in quolibet componentium diuidatur, vno extremorum ſublato, reliquus componentium relinquetur. Deinceps verò etiam ſecundum Theorema exponit, vule etiam ipſum ſicuti diximus ad ſphæricas demonſtrationes, ſimile quidem primo ſecundum diuiſionem verò ipſius exiſtens, cuius propoſitio poteſt eſſe talis. Si in duas rectas finitas angulum continentes producantur duæ rectæ à terminis ſecantes ſe inuicem, & angulum continentes, ratio ſegmentorum vnius rectarum angulum continentium, incipiens ab ipſo, quod eſt ad inferiorem terminum, componitur & ex ſegmentis iis, quæ ſunt ipſius productæ ab eodem termino, quæ incipiunt rurſus ab eodem termino, & ratione excepta ſegmenti ab eadem producta alterius earum, quæ continent angulum, ad terminum ipſius, & ipſius totius.

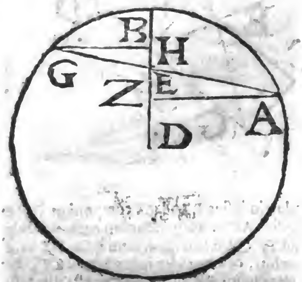


In duas enim rectas AB, AG producantur duæ rectæ BE, GD ſecantes ſe inuicem ad Z, dico quod ratio ipſius GE ad EA, componitur & ex ratione ipſius GZ ad ZD, & ratione ipſius DB ad BA. Producatur enim per ipſum A ipſi EZ parallela AH, & producatur GD ad E. Quoniam igitur parallela eſt EZ ipſi AH, eſt igitur vt GE ad EA, ita GZ ad ZH, ſed conſequenter prius dictis ipſorum GZ, ZH media ſumpta ipſa ZD, ratio ipſius GZ ad ZH componitur & ex ratione ipſius GZ ad ZD, & ex ratione ipſius DZ ad ZH, ſed rationi ipſius DZ ad ZH, eadẽ eſt, quæ ipſius DB ad BA, propterea quod ad parallelas ipſas AH, EB productæ ſunt BA & ZH, & æquiangula facit ipſa ADH, BDZ triangula, & eſt vt HD ad DA, ita ZD ad DB, & viceuerſa, vt HD ad DZ ita AD ad DB, & componenti, vt ZH ad HD, ita BA ad AD, & è contrario, vt DH ad HZ, ita ipſa DB ad BA, igitur ratio ipſius GZ ad ZH, hoc eſt ratio ipſius GE, ad EA, componitur & ex ratione ipſius GZ ad ZD, & ratione ipſius DA ad AB, & manifeſtum quod ſimiliter & hic à quo incepit compoſita ratio, ab ipſo inceptum & prima componentium, & in quod hæc deſiit; ab hoc incepit ſecunda componentium & deſiit vbi etiam, quę componitur. Dico igitur rurſus quod etiam hic omnino ita talis ordine procedit demonſtratio.



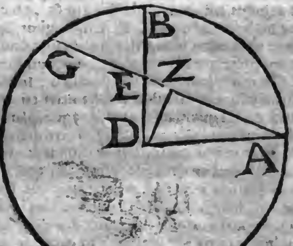
Et primum quod ratio ipſius BZ ad ZE componitur, & ex ratione ipſi is BD ad DA & ratione ipſius AG ad GE producatur enim per A ipſi GD parallela AT, & producatur BE ad T. Quoniam igitur ratio ipſius BZ ad ZE, ipſa ZT extrinſecus ſumpta componitur, & ex ratione ipſius BZ ad ZT, & ratione ipſips TZ ad ZT, ſed rationi quidem ipſius BZ ad ZT, eadem eſt ratio ipſius BD ad DA, rationi verò ipſius TZ ad ZE, eadem eſt, quæ ipſius AG ad GE propterea quod æquiangula ſunt AET; ZEG triãgula, ratio igitur ipſius BZ ad ZE, componitur & ex ratione ipſius BD ad DA, & ex ratione ipſius AG ad GE. Similiter autem & ipſum, quod eſt oppoſitum demonſtrabitur. Ratio ipſius A G ad G E. componitur & ex ratione ipſius AD ad DB, & ratione ipſius BZ ad Z E, & rurſus & omnino, vt ſumatur dictus ordo, & quod componitur, & componentium, vt deinceps in particularibus rurſum talibus demonſtrationibus manifeſtum faciemus. Vt enim rurſus & per lineas manifeſtum fiat ipſum, quod eſt compoſitionis rationum producatur per ipſum Z ipſi HG ad rectas ipſa ZT, & ponatur ipſi æqualis ZD, & compleatur HC parallelogrammum. Quoniam igitur ratio ipſum GT parallelogrammi ad TH componitur ex la eribus, hoc eſt ex ratione ipſius GZ ad ZT, & ratione ipſius TZ ad ZH, ſed vt GT parallelogrammum ad TH, ita GZ ad ZH, ratio igitur ipſius GZ ad ZH componitur & ex ratione ipſius ZG ad ZT, & ratione ipſius ZT ad ZH, æqualis autem ZT ipſi ZD, ratio igitur ipſius GZ ad ZH componitur & ex ratione ipſius ZG ad ZD & ratione ipſius DZ ad ZH, ſed ratio ipſius DZ ad ZH eadem eſt ipſi rationi ipſius DB ad BA, propterea quod æquiangula ſunt, ſicuti diximus, ipſa DZB, ADH, triangula, ratio igitur ipſius GZ ad Z H, hoc eſt ratio ipſius GE ad AE componitur & ex ratione ipſius GZ ad ZT, & ratione ipſius DB ad B A. Deinceps poſt talia duo rectilinea lemmaria exponit, & alia quatuor circularia vtilia & ipſa ad ſphæricas demonſtrationes, & primum cuius propoſitio poteſt eſſe talis, Si circuli in circunferentia ſumantur tria quælibet puncta auferentia inter duas circumferentias vtrumque minorem ſemicirculo, ſubtendens ſimul vtramque circumferentiam recta ita ſecabitur ab ipſa, quæ adnecti-

tur à centro circuli ad ipſam quod eſt inter ſumpta tria puncta, ut ſegmenta ipſius eandem rationem habeant ſubtendentibus duplas vtriuſque dictarum duarum circumferentiarum ab eodem puncto quæ præcedunt cum aſſumuntur.



Sit enim circulus ABG cuius centrum D, & in circumferentia ipſius ſumantur tria quelibet puncta ABG, vt vtramque ipſarum AB, BG circumferentiarum, minor ſit ſemicirculo, & in conſequentibus verò ſimile ſubintelligatur, quare cum dicimus, ſumantur in circumferentia circuli tria quælibet puncta, minores ipſa accipiantur ſemicirculorum circumferentias, quę ſunt inter ipſas, & adnectantur, & AG, & DEB, dico quod eſt, vt AE recta ad ipſam EG, ita ſubtendens duplam AB circumferentiæ recta ad ſubtendentem duplam ſecundę circumferentię rectam, producantur enim perpendiculares ex A & G punctis ad DEB ipſæ AZ GH. Et quoniam parallela eſt AZ ipſi GH, & ipſas cecidit AEG, ęquiangulum igitur eſt AEZ triangulum ipſi GEH triangulo, eſt igitur vt AZ ad GH, ita AE ad EG, ſed eadem eſt ratio ipſius AZ ad GH, & ſubtendentis rectę ipſam duplam ipſius AB circumferentiæ ad ſubtendentem duplam ipſius AG circumferentię rectam, quandoquidem ſi protrahamus ad oppoſitas circumferentias AZ, GH, vt ipſas AZT, GHC, AT quidem ſubtendens, duplam ipſius AB circunferentię, duplarum eſt ipſius AZ rectę, ipſa verò GE ſimiliter duplam ſubtendens ipſius BG circumferentia, duplerũ eſt ipſius GH & eſt, vt AT ſubtendens duplam ipſius AB circumferentiæ ad ipſam GH ſubtendentem duplam ipſius BG circumferentiæ, ita AZ ad GH, ſed vt AZ ad GH, ita AE ad EG, quare & ratio ipſius AE ad ipſam EG, eadem eſt rationi ipſius AT ad GC, hoc eſt rationi ipſius, quæ eſt ſubduplam ipſius

AB circumferentię ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius BG. Suſcipit autem plures cauſę propoſitum theorema. Cum enim AB, BG circumferentiæ inęquales ſint; pręterea verò & vtraque ipſarum minor ſit quadratis, cadent perpendiculares ad aliud, atque aliud punctum, eorum, quę ſunt BD, vt ſe habet in propoſita deſcriptione. Cum verò ęquales ad idem punctum cadent ad BD, ſuper rectam inuicem factę perpendiculares, tunc cum ipſę AE, EG ſint & ipſa AG ſubtendens duplam vtriuſque æqualium circumferentiarum. Cum verò vna ipſarum ſit quadrantis, alia verò minor, alia quidem ad idem centrum cadet, hæc verò in ipſa BD, cum verò vtraque ipſarum quadratis ſit ad ipſum D centrum, & ambę cadent perpendiculares, ſuper recta inter ſe cum ſint, & diametrum circuli abſoluant; cum verò maiores ſint quadratis ad BD protractam cadent, dicto modo impoſitam demonſtrationem abſoluentes, permutant verò inter dicta puncta circumferentias minores ſemicirculo, quandoquidem ſubduplas ipſarum rectam rationem inquirit, & ſi vtraque ipſarum ſemicirculi ſit, dupla vtriuſque tota circumferentia circuli eſt ſub quam recta non ſubtendit. Pręterea verò multo impoſſibile procedit in maioribus ſemicirculis exceptis circumferentiis duplis ipſarum maioribus exiſtentibus circuli circumferentię. Tali igitur primo circulari lemmatio pręſumpto, expoſuit etiam ſecundum circulare lemmatium, cuius rurſus propoſitio poteſt eſſe talis. Si in circuli circumferentia ſumantur tria quęlibet puncta, excipientia inter ipſa duas circumferentias, vtramque minorem ſemicirculo, vt ſimul vtraque ſit, ſit data, & etiam ratio ſubtendentium rectarum duplas ipſarum, dabitur etiam vtraque à principio duarum circumferentiarum.

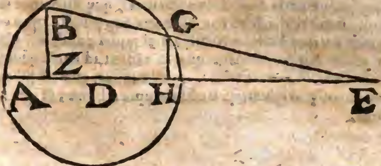


Circuli enim ipſius ABG ſumantur in circumferentia tria quęlibet puncta ABG, excipientia inter ipſas circumferentias quę ſunt AB, BG dicto modo, vt ſimul vtra-

vtraque ABG data, atque etiam ratio ſubtendentis rectæ duplam ipſius AB circumferentiæ, ad ſubtendentem rectæ duplam ipſius BG circumferentię, dico quod etiam vtraque AB, BG circumferentiarum data eſt. Sumatur enim centrum circuli ipſum D, & adnexis ſimiliter ſuperiori lemmatio, & AG, DT etiam adnectatur, & à centro D ad ipſam A, ipſa DA, perpendicularis vero ab ipſo D ad ipſam AG producatur ipſa DZ, tanquam maiore profecto exiſtente AB circumferentia ipſius BG. Si enim æquales eſſent perpendiculares, ad E caderent, ſi verò minor AB, ipſa BG ad EG. Quoniam igitur data eſt circumferentia AG igitur data eſt etiam dimidia ipſius, quare & angulus quibus ipſa ADZ ſub ipſa datus eſt. Si enim protrahatur DZ in duas partes diuiſione ipſius ABG circumferentię cadet, datus eſt verò ad Z, & rectus angulus, & reliquus igitur ad A angulus dabitur, data eſt verò & DA recta ex centro, & eſt AZ dimidia AG datæ ex in circulo rectis, quoniam & ABG circumferentia data eſt, & eſt ipſum quod eſt ab ipſa AD æquale ipſis, quę ſunt ab ipſa AZ, ZD, quare & reliquum ADZ trianguli latus ipſum DZ eſt datum, & totum videlicet ADZ triangulum eſt datum. Et quia ſupponitur ratio data ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius AB circumferentię ad ipſam quę eſt ſubdupla, ipſius BG, eadem exiſtens rationi ipſius AE ad EG, propter id, quod ante hoc, data eſt igitur & ratio ipſius AE ad EG, data eſt verò & tota AG recta, & vtraque igitur ipſarum AE, EG erit data. Demonſtratum eſt enim in datis, quod ſi data magnitudo in datam rationem diuidatur, vtrumque ſegmentorum erit datum, vel etiam ita. Quoniam data eſt ratio ipſius AE ad EG, & componenti data eſt ratio ipſius AG ad GE, & data eſt AG, data igitur eſt & ipſa GE, data verò eſt & ZG, dimidia exiſtens ipſius AG, igitur & reliqua ZE erit data, data eſt etiam ZD, & recta, quæ ſub DZE, data igitur eſt & ipſa DE, ob id autem & angulus qui ſub EDZ, vt deinceps demonſtrabimus, erat verò data & quę ſub ADZ, & totus igitur qui ſub ADB angulus erit datus, ob id igitur & AB circumferentia. Erat verò data & tota ABG circumferentia, & reliqua igitur BG circumferentia erit data. Conſequenter verò etiam in ſuperioribus dictis caſibus dabitur vtraque ipſarnm AB, AG circumferentiarum, datus verò ipſe, qui ſub EDZ angulus, circumſcripti circa EZD, rectangulum circuli hoc modo, Intelligatur enim circumſcriptus circulus, manifeſtum igitur quod DE diameter erit circuli, propterea quod rectus eſt angulus ad Z. Et quoniam data eſt vtraque ipſarum DE, EZ, qualium ipſius ABG circuli diameter 120. & qualium igitur DE diameter ſcripti circuli 120 datur etia ipſa EZ, quare in ipſa circumferentia dabitur & qui ſub EDZ angulus, vt ad circumferentiam exiſtentem circumſcripti circuli, qualium duæ rectæ 360. & medietas, qualium quatuor recti 360. vt ad centrum ſit, propterea quod duo recti totum ſemicirculum ſubtendunt ad circumferentiam exiſtentium angulorum, ad centrum verò D, & toto circulo in 360 partes diuiſo, & à recto angulo ad ſegmenta coniungentibus ſe rectis hanc quidem ad circumferentiã rectam in 180. diuidi, hanc verò ad centrum in 90. Præterea verò & tertium lemmatium exponit circulare, cuius propoſitio poteſt eſſe talis. Si circuli in circumferentia ſumantur tria puncta auferentia non ſolum vtramque, ſed ſimul vtraſque, quæ inter duas circumferentias, minores ſemicirculo, vt concurrat ſubtendens recta ſub vna dictarum circũferentiarum cum recta, quæ coniungitur à centro epicicli ad reliquum

pun-

punctum, extra videlicet circuli circumferentiam, erit vt ſubtendens recta duplam ſimul vtriuſque circumferentiæ ad ſubtendentem rectam duplam vnius circumferentię ipſius, quæ eſt ad annexam rectam in centro, ita tota recta concurrens cum ipſa, quæ eſt per centrum ad acceptam ipſius extra circuli circumferentiam. Circuli enim ipſius ABG ſumantur in circumferentia tria puncta A B G, auferentia

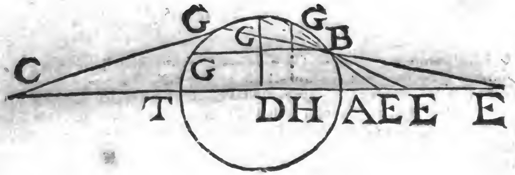


AB. BG circumferentias inter ipſas, v- minor ſit ſemicirculo ſimul vtraque A G, & ſumatur centrum circuli ipſum D, & adnaxæ GB, DA concurrant ad E, dico quod eſt, vt ipſa, quæ eſt ſubdupla ipſius GA circumferentiæ, ad ipſam quæ eſt ſuſidupla ipſius AB, ita GE recta ad EB. Producantur enim ab ipſis G, B, punctis ad DA perpendiculares ipſę GH, BZ, parallelę videlicet factę, & ſimile facientes ipſam GEH triangulum ipſo BEZ triangulo, eſt igitur vt ipſa GH ad ipſam BZ ita ipſa GE ad ipſam EB, ſed vt ipſa GH ad ipſam B Z, ita ipſa, quę eſt ſubdupla ipſius AG circumferentia ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius AB, per primum theorema circulare. Et vt igitur ipſa, quæ eſt ſubdupla ipſins GA circumferentiæ, ad duplam ipſius. AB, ita GE recta ad ipſam EB, dico quod & ſi ad alias partes concurſus ſiat ſimile continget, circumferentiis è contrario aſſumptis.

Concurrant enim ipſæ BG, AD, ad ipſum C, dico quod eſt, vt ipſa, quę eſt ſub dupla ipſius AB, ad ipſam, quę eſt ſubdunla ipſius AG, ita BC ad ipſam C G. Producantur enim rurſus ab ipſis BG ad AC perpendiculares ipſę BZ, GH. Eſt igitur rurſus per prędicta, vt ipſa BZ ad GH, ita BC ad CG, vt verò ipſa BZ ad GH, ita ipſa, quæ eſt dupla ipſius BA, ad ipſam quæ eſt ſubdupla ipſius AG, dimidia enim vtraq vtriuſq. Igitur & vt ipſa, quæ eſt ſubdupla ipſius BA, ad duplã ipſius AG, ita ipſa BC ad CG. Manifeſtum igitur, qod in quibus deſcriptionibus ſimul vtraque ABG quadrantis eſt, perpendiculari cadente ad D centrum ad ipſo G ad ipſam AD, ſimul cadent ipſę DA, BG minoribus duabus rectis factis angulis ad ipſa DG, vt in ſuppoſita deſcriptione, multo enim magis ſi minorum quantitatis fuerit ipſa AG, concurrent DA, BG rectæ. Similiter verò & ſi maior quadrante ſit ipſa AG anguli verò ad GD duobus rectis minores exiſtant concurrent, & con-

ſtitue-

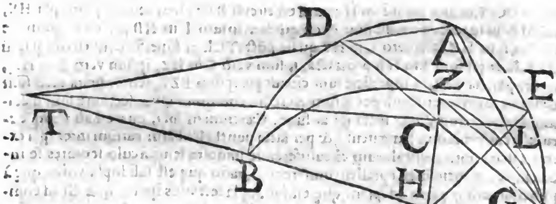
ſtituetur problema. In quibus autem maiores ſunt duobus rectis ad oppoſita concurrent, & è contrario ratio conſtituetur in quibus enim protracta AD vt ad ipſam T, æqualem facit AB, ipſi GT, cum paralicla fiat ipſa recta BG ipſi AT non conſiſtens erit Theorema. Et enim in quibus AB, AG ſimul vtręque maiores ſunt ſemicirculo, intro enim concurrent rectę. Et præterea rurſus in quibus ſemicirculares ſint, in eodem enim puncto circumferentiæ concurrent rectæ, vt in ſuppoſitis rurſus deſcriptionibus. Propterea demonſtrabimus in particularibus demonſtrationibus, quod non vtitur facientibus problema ita non conſiſtens. Sed extra concurrentibus. Præterea verò deinceps & quartum lemmatium circulare ſimiliter exponit, cuius propoſitio poteſt eſſe talis. Si circuli in circumferentia ſumantur tria puncta auferentia duas circumferentias, quę ſunt inter ipſas, vt ſimul vtraque minor ſit ſemicirculo, & ad conſequentia duo puncta, quæ coniungit recta, concurrat cum ea, quę à centro circuli ad reliquum punctum adnectitur recta extra circuli circumferentiam, & detur quæ in adnexa ad conſequentia duo puncta rectæ circumferentia, & præterea ratio, quæ eſt ipſius, quæ eſt ſubdupla ſimul vtriuſque circumferentię ad ipſam, quæ eſt ſubdupla reliquæ, & ipſa reliqua circumferentia dabitur.



Circuli enim ipſius ABG in circumferentia ſumantur tria puncta ipſa ABG, auferentia ſimul vtraſque, quæ ſunt AB, BG minores ſemicirculo, vt ipſa BG ſit data. Et præterea rationem ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius GA circumferentiæ ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius AB, dico quod etiam ipſa AB data eſt. Sumatur enim centrum circuli ipſum D, & adnexæ ipſæ BD, GB. protrahantur, & concurrunt ad ipſum E, & ab ipſo D ad GB rectam perpendicularis ducatur ipſa DZ, & adnectatur ipſa DB. Quoniam igitur ipſa BG circumferentia data eſt, & angulus qui ſub BDZ ſubtendens dimidium ipſius, datus erit, data eſt verò & ipſa BG recta ex rectis in circulo, & biſariam ipſam ſecat ipſa DZ, & dimidia igitur ipſius ipſa BZ data eſt, data verò eſt & quæ ex centro ipſa DB, & eſt ipſum, quod ab ipſo DB æquale ipſis, quæ eſt ab BZ, ZD, data eſt igitur ipſa ZD, & totum ipſum ZDB triangulum rectangulum. Et quoniam ratio ipſius GE rectæ ad EB data eſt, eadem exiſtens rationi ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius GA circumferentiæ ad ipſam,

quæ

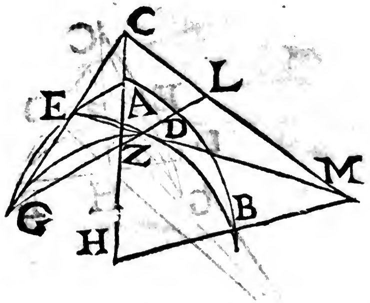
quæ eſt ſub dupla AB datæ, data eſt igitur & ratio ipſius EG ad GB. Si enim magnitudo ad reliquam ſui ipſius partem rationem habeat datam, & ad reliquum, rationem habebit datam, Et datum eſt ipſum GB, data eſt ergo & ipſa EG, quare & reliqua BE erit data. Vel etiam ita. Quoniam ratio ipſius EG ad EB data eſt, & data eſt GB, igitur data eſt ipſa BE, data verò eſſet BZ, igitur & tota EZ data erit, ſed & ZD data eſt, & erunt quæ ab ipſis EZ, DZ æqualia ipſi, quod eſt ab ipſa ED, data igitur eſt etiam ED, quare & ipſum EZD triangulum rectangulum erit datum, & qui ſub ZDE angulus ſimiliter, circa ZDE triangulum rectangulum deſcripti circuli. Datus verò erat, & qui ſub ZDB angulus, & reliquus igitur BDA angulus ad centrum erit datus, quare etiam AB circumferentia. His igitur duobus rectilineis, & quatuor circularibus lemmatis præſumptis. Deinceps exponit ſphæricum theorema, in quo duarum propoſitionum demonſtrationem facit, cuius quidem per diuiſionem, alterius verò per compoſitionem, & primum ea, quæ per diuiſionem, quæ poteſt eſſe talis: Si in ſphærica ſuperficie ſcribantur duorum maximorum circulorum circumferentiæ ſecantes ſe inuicem, & à ſectione ipſarum excipiatur ab vtraq. minor ſemicirculo, & per facta puncta ſcribantur inter duas maximorum circulorum circumferentias rurſus ſemicirculi minores, ſecantes ſe inuicem, & exceptas circumferentias, ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla vnius ſectionis, eius quæ eſt à termino exceptarum ad ipſam, quæ eſt ſubdupla reliquæ ipſius ſectionis, compoſita eſt ex ex ratione ipſarum, quæ ſubduplis ſectionũ deſcriptæ à termino dictæ vnius à principio exceptarum, præcedente ea, quæ ſumitur, quæ eſt ſubdupla eius, quæ à tali termino ſectio, & præterea ratione ipſius, quæ ſubdupla ſectionis reliquæ a principio exceptarum, quæ eſt ad terminum ipſius ad ipſam, quæ eſt ſubdupla totius.



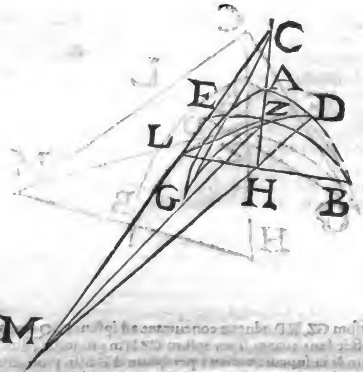
Scribantur enim in ſphærica ſuperficie maximorum circulorum circumferentiæ, vt ad duas ipſas AB, AG duæ ſcriptæ BE, & GD ſecent ſe inuicem ad punctum Z. Sit autem vnaquæque ipſarum minor ſemicirculo, idem verò etiam in ſimilibus omnium deſcriptionum ſubintelligatur, dico quod ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius GE circumferentiæ ad ipſam quæ eſt ſubdupla ipſius EA, compoſita eſt, & ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius GZ circumferentiæ ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius ZD, & ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius DB ad ipſam, quæ eſt ſub-

dupla ipſius BA. Sumatur enim centrum ſphæræ ipſum H, idem igitur erit & circulorum. Maximi enim ſupponuntur, & ab ipſo adnectantur ad BZE ſectiones circulorum, & HB, & HZ, & HE, & annexa AD protrahatur, & concurrant cũ HB protracta, & ipſa ad punctum T. Similiter autem adnexæ DG, & AG, ſecent HZ, & EH ad C & L puncta, propterea quod in duobus ſimul ſint ſuperficiebus, & trianguli AGD, & circuli BZE, vt deinceps demonſtrabimus. quæ adnexa facit in primis duobus rectilineis lemmatijs, & demõſtrationem, & deſcriptionem, hoc eſt in duas rectas ipſas TA, AG, duas productas TL, & GD ſecantes ſe inuicem ad ipſum C, & videlicet rationem ipſius GL rectæ ad ipſam LA coniunctam eſſe, & ratione ipſius GC ad CD, & ratione ipſius DT ad TA. Sed vt quidem GL ad LA, ita ipſa, quæ eſt ſubdupla ipſius GE circumferentiæ ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius EA per primũ circulare lemmatium, in circumferentia enim circuli AEG ſumpta ſunt tria quælibet puncta ipſa A, E, G, excipientia circumferẽtias minores ſemicirculo, & à centro ipſius H, ad medium punctum E, coniuncta eſt HE, & præterea ad reliqua duo puncta ipſa A, G. Et manifeſtum quod ſi à punctis AG ad ipſam HE perpendiculares duxerimus, eadem erit deſcriptio, ſicut diximus deſcriptioni primi circularis lemmatii, per eadẽ igitur erunt CG ad CD, ita ipſum, quæ eſt ſubdupla ipſius GZ ad ipſam quæ eſt ſubdupla ipſius ZD, vt verò DT, ad TA, ità quæ eſt ſubdupla ipſius DB circumferentiæ ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius BA, ob aſſumptionẽ è contrario circircularis lemmatii, igitur & ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla GE circumferentiæ ad ipſam quæ eſt ſubdupla ipſius BA componitur & ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius GZ ad ipſam quæ eſt ſubdupla ipſius ZD, & ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius DB, ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius BA. Quod autem T, C pũcta in duabus ſint ſuperficiebus, & ea, quæ eſt trianguli ADG, & ea quæ eſt circuli BZE, demonſtrabimus hoc modo. Quoniam enim ipſa CL in ipſis GA, GD lateribus ſunt ADG trianguli, ipſum verò E in AD protracta, igitur puncta TCL in ſuperficie ſunt trianguli ADG Rurſum quoniam H centrũ eſt circuli BZE, & ex centro ipſius ipſa HE, HZ, HB in ſuperficie circuli ſunt, & eſt quidem ipſum T in HB protracta, ipſum verò C in ipſo HZ, ipſũ verò L in HE, quare pũcta TCL in ſuperficie ſũt circuli per ipſũ BLE, & erit ipſum T in HB protracta, ipſum verò C in HZ, ipſum verò L in HE, quare puncta TCL in ſuperficie ſunt circuli per ipſum BZE, demonſtrata verò ſunt etiam in ſuperficie triãguli per ipſum AGD, in communi igitur ſectione ſunt dictarum ſuperficierum, ſuper recta igitur ſunt. Cæterum in ipſa, quæ eſt ab vtraq. circumferentia minores ſemicirculo, & per facta puncta ſcribãtur rurſum inter ipſa exceptæ maximorum circulorum circumferentię minores ſemicirculo, ſecantes ſe inuicem; & à principio exceptas circumferentias, ratio quę eſt ſubdupla vnius, quę à principio exceptę ſunt ad ipſam, quę eſt ſubdupla ſectionis ipſius, quæ eſt ad communem ſectionem à principio circumferentiarum, componitur & ex ratione ipſius quę eſt ſubdupla deſceptæ à termino dictę vnius a principio circumferẽtiarum ad ipſum, quę eſt ſubdupla ſectionis ipſius, quę eſt ad reliquã, quę a principio ſunt circumferentiarum, & ratione ipſius, quę eſt ſubdupla ſectionis reliquę deſcriptarũ ipſius, quæ eſt ad terminum reliquę earũ, quæ ſunt a principio ad ipſam, quę eſt ſubdupla totius reliquę deſcriptarum, hoc eſt vt in eadẽ deſcriptione, dico quod ratio eius, quę eſt ſubdupla ipſius GA circũferentię ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius AE, componitur ex eo ratione ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius GD, ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius DZ, & ratione ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius ZB ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius BE; adnexę enim ipſę GEHA, protrahantur & concurrant ad ipſum C & pręterea EZHB adnexę concurrant ad ipſum M.

Et ſimi-

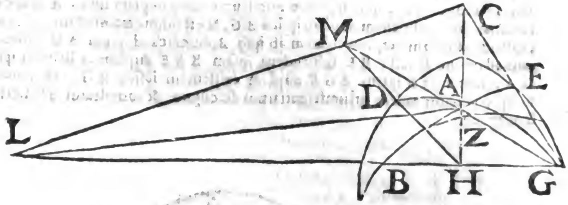


Et ſimiliter ruſum GZ,HD adnexæ concurrant ad ipſum L. Quoniam igitur pūcta CLM in ſuperficie ſunt trianguli per ipſum GZE(in protractis enim ipſius lateribus ſunt)ſunt autem & in ſuperficie circu i per ipſum ADB(in protractis enim ex cētro ipſius ſunt)quare in communi ſectione dictarum ſuperficierum ſunt,ſuper recta igitur ſunt CLM puncta,& propterea adnexa ipſa CLM recta fiant ad duas ipſa GC, GM duæ productæ GL,ME,ſecantes ſe inuicem ad ipſum Z. & vt in primo rectilineo lemmatio per compoſitionem,ratio ipſius CG rectæ ad ipſum CE componitur & ex ratione ipſius ad GL ad LZ, & ex ratione ipſius ZM ad ME, ſed ratio ipſius GC ad CE per tertium circulare lemmatium eadem eſt rationi ipſius,quæ eſt ſubdupla ipſius GA ad ipſam,quæ eſt ſubdupla ipſius AE,ratio verò ipſius GL ad LZ & eadem,eadem eſt ratio ipſius.quæ eſt ſubdupla ipſius GD circumferentiæ ad ipſam quæ eſt ſubdupla ipſius DZ,ratio verò ipſius ZM ad ME ſimiliter eadem eſt rationi ipſius quæ eſt ſubdupla ipſius ZB ad ipſam,quæ eſt ſubdupla ipſius BE, igitur ratio ipſius,quæ eſt ſubdupla GA circumferentiæ ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius AE componitur & ex ratione ipſius,quæ eſt ſubdupla ipſius GD,ad ipſam,quæ eſt ſubdupla DZ. & ex ratione ipſius,quæ eſt ſubdupla ipſius ZB,ad ipſam,quæ eſt ſubduplam ipſius BE Manifeſtum verò,quod & quotquot caſus ſunt ſumptorum lēmatiorum ad talia theoremata,vt etiam ipſorum theorematum, & perſpicuum etiā in his duobus ſphęricis demonſtrationibus, quod à quocunque incipiant compoſita ratio ab hoc ex prima componentium,& in quod hæc deſinit,ab hoc incipit ſecunda componentium, & deſinit vbi, & quo componitur deſinebit pluribus igitur caſibus in theoremate,ſicuti diximus,exiſtentibus, vnum vel duos exponemus,per quos etiam reliqui facile intelligi poſſunt.

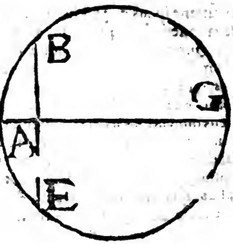


Ponatur enim ſimilis deſcriptionis in circumferentijs, & ipſa quidem GE, concurrat ſimiliter cũ HA ad ipſum C, ipſa vero ZE ipſi HB, ad oppoſita ſuperioris deſcriptionis ad ipſum L ipſa verò ZG ipſi DH ſimiliter ad oppoſita ad ipſam M, ſuper recta igitur ſunt CLM puncta, propterea quod rurſus ſunt ipſa in ſuperficie triãguli ZCE, quandoquidem etiam in lateribus ipſius protractis ſunt, & in ſuperficie ADB circuli, quandoquidem rurſus in protractis ex centro ſunt, quæ adnexa facit ad duas MC, MZ, duas producens ipſa GC, LZ ſecant ſe inuicem ad ipſum E, & quemadmodum ſupra in rectarum deſcriptione demonſtrabamus, quod ratio ipſius GC ad CE componitur, & ex ratione ipſius GM ad MZ, & ratione ipſius ZA ad LE, ſed rationi ipſius GC ad CE, eadem eſt, quæ ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius GA circumferentia ad ipſum, quæ eſt ſubdupla ipſius AE, rationi verò ipſius GM ad MZ, eadem eſt è contrario in circumferentijs dictæ in caſu circularis tertij lemmatii, ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius GD circumferentiæ ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius DZ, rationi verò ipſius ZL ad LE eadem eſt ſimiliter, quæ ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius ZB ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius BE, & ita igitur ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius AE, componitur & ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius GD ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius DZ. & ratione ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius ZB ad ipſam quæ eſt ſubdupla ipſius BE. Deinceps verò, & in alio caſu eandem demonſtrationem faciemus.

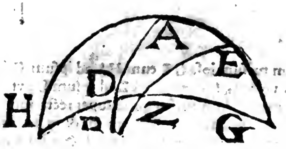
Concur-



Concurrat enim rurſum ipſa G E cum HA ad ipſum C, ipſa verò G Z cum H D ad ipſum M, ipſa verò GH cum ipſa E Z ad ipſum L, vt ſe habet in conſequenti deſcriptione. Et manifeſtum rurſus quod ſuper recta ſunt CLM, puncta propter quod ſimiliter in ſuperficie ſint DEZ trianguli, & in ſuperficie ADB circuli, quæ rurſus adnexa facit ad duas ipſas LC, GC productas ipſas GM LE ſe inuicem ſecare ad ipſum Z, & propterea, vt ſupra demõſtrauimus, ratio ipſius GC productę ad CE componitur & ex ratione ipſius GM ad MZ, & ratione ipſius ZL ad LE, ſed rationi ipſius GC ad CE, eadem eſt, quæ ipſius, quæ eſt ſubdupla GA circumſtantiæ ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius AE, rationi verò ipſius AE, rationi verò ipſius GM rectæ ad MZ eadem eſt ipſius, quæ erat ſubdupla ipſius GZ circũferentiæ ad duplã ipſius DZ rationi vero ipſius ZL rectæ ad LE eadem eſt, quæ eſt ſubdupla ZB circumferentiæ ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius BE, ratio igitur ipſius, quæ eſt ſubdupla GA circumferentiæ ad ipſam quæ eſt ſubduplam ipſius AE componitur & ex ratione ipſius GD ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius DZ, & ratione ipſius, quæ eſt ſudupla ipſius ZB ad ipſam quæ eſt ſubdupla ipſius BE. Similiter verò & in reliquis caſibus idem hoc demonſtrabitur, ſuper rectis exiſtentibus CLM punctis. Eſt autem & ſine deſcriptione ſuperficiei ſuper rectis ex demonſtratione per diuiſionem promptius demonſtrationem circumferentiarum per compoſitionem excogitare preſumpto nobis breuiter tali lemmatio.



Sit ſemicirculus A B G ſuper diametro ipſius G, & ſumatur in circumferentia ipſius quodlibet punctum B, dico quod ſubtendens duplam ipſius A B circumferentiæ, ſubtendit etiam duplam ipſius B G, & eſt illhinc maniſeſtum. Sic enim explentes circulum perpendicularem ab ipſo B, ducentes ad ipſum A G protrahamus ad ipſum E recta B E ſubtendens ipſam B A E duplam exiſtentem ipſius B A, ſubtendit & ipſam B G E duplam exiſtentem ipſius B G. Hoc præaſſumpto ponatur eadem circumferentiarum deſcriptio, & compleatur GAH, GDH ſemicirculi.



Quoniam igitur ad duas EH, EB circumferentias duæ productæ ſunt ipſæ HD E BDA ſecantes ſe inuicem ad ipſum D, ratio ipſius quæ eſt ſubdupla ipſius H A ad ipſum, quæ eſt ſubdupla ipſius AE, cōpoſita eſt & ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius HD ad ipſum, quæ eſt ſnbdupla ipſius DZ, & ratione ipſius quæ eſt ſubdupla ipſius Z B ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius B E, hoc enim demonſtratum eſt. ſed ſubtendens duplam ipſius HA, ſubtendit etiam duplam ipſius AG, reliquam exiſtentem in toto circulo. Subtendens verò duplam ipſius HD, ſubtendit etiam duplam ipſius GD, quare & ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius GA ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius A E, cōponitur & ex rōne ipſius, q̄ eſt ſubdupla ipſius GD ad ipſā q̄ eſt ſubdupla ipſius DZ, & rōne ipſius, q̄ eſt ſubdupla ipſius BZ ad ipſā, q̄ eſt ſubdupla ipſi⁹ BE. Quod autē, ſicuti diximus, ex plurib⁹ caſibus, & in tali deſcriptione paucas exponemus, quæ poterunt & reliquas nobis facere intellectu facilis, & neceſſarium ſit rurſum ex ſumptione per diuiſionem demonſtrare, quod per compoſitionem ratio ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius GD ad ipſum, quę eſt ſubdupla ipſius DZ, componitur & ex ratione ipſius q ę eſt ſubdupla ipſius G A ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius A E, & ratione ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius EB, ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius BZ. Quoniam enim ſecundum dictum à nobis ordinem ratio ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius HD ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius DZ, componitur & ex ratione ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius H A ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius A E, & ratione ipſius quę eſt ſubdupla ipſius EB ad ipſum, quę eſt ſubdupla ipſius BZ, ſed ſubtendens duplam ipſius HD, ſubtendit etiam duplam ipſius GD; ſubtendens verò duplam ipſius H A, ſubtendit etiam duplam ipſius A G. Ratio igitur ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius GD, ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius DZ, cōponitur & ex ratione ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius G A, ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius AE, & ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius EB ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius BZ. Rurſum in eadem deſcriptione ex ratione per diuiſionem, dico quod conuer-

conuertendo ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius ZD, ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius DG, componitur & ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius ZB, ad ipſam quę eſt ſubduplam ipſius B E, & ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla EA ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius AG. Rurſum enim in ratione per diuiſionem: Quoniam ratio ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius Z D ad ipſum, quæ ſubdupla ipſius DH, componitur & ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius ZB, ad ipſam quæ eſt ſubdupla ipſius BE, & ratione ipſius quæ eſt ſubdupla ipſius EA, & ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius AH, ſed ſubtendens duplam ipſius HD, ſubtendit etiam duplam ipſius DG, ſubtendens vero duplam ipſius AH, ſubtendit etiam duplam ipſius AG, ratio igitur ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius ZD ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius DG, componitur & ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius Z B ad ipſum, quę eſt ſubdupla ipſius BE, & ratione ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius E A ad ipſum, quę eſt ſubdupla ipſius A G. Similiter autem & reliqui caſus à nobis demonſtrabuntur, completis ipſis B D A, B Z E ſemicirculis.

PTOLEMAEVS

De circumferentijs inter Æquinoctialem, & circulum obliquum.

CAP. XIII.

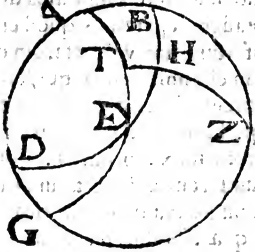
HOC autem theoremate expoſito, faciemus primam propoſitarum circumferentiarũ demonſtrationem; hoc modo.



Sit enim per vtrumque polum & Aequinoctialis, & Zodiaci circulus ABGD per Aequinoctialis ſemicirculus AEG eius autem qui per intermedia animalia BED punctũ verò E ipſa ſectio ipſorum ſecũdum vernum Aequinoctium, vt hybernus tropicus ſit ipſum B, æſtiuum verò ipſum D. Sumatur autem in ABG circumferentia polus AEG Aequinoctialis, & ſit Z punctum, & ſumatur EH circumferentia qui per media animalium, ſuppoſita partium 30, qualium maximus circulus eſt 160. Per ipſa verò ZH ſcri-

batur

batur maximi circuli circumferentia ZHT, & proponatur ipſam HT, videlicet inuenire. Præaſſumatur verò & hic, & omnino in omnibus ſimilibus demonſtrationibus, ne in ſingulis eadem repetamus, quod cum quantitates dicamus circumferẽtiarum, vel rectarum quot ſunt partium, vel ſectionum in circumferentijs quidem tot dicimus, qualium maximi circuli circumferentia partium 360, in rectis verò talibus, qualibus circuli diameter 120. Quoniam igitur in deſcriptione maximorum circulorum in duas ipſas AZ, TE circumferentias ſcriptæ ſunt duæ & ZT, & EB, ſecantes ſe inuicem ad H, ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius ZA ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius AB componitur vel ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſins TZ ad ipſam quę eſt ſubdupla ipſius TH, H ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius HE, ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius EB, ſed dupla ZA circumferentiæ partium eſt 180, & recta, quæ eſt ſub ipſa partium 120, ipſius verò AB dupla ſecundum rationẽ 83 ad ij, cui nos aſſerimus partium 47, 42, 40, recta verò ſub ipſa partium 48, 31, 55. Et rurſus ipſius HE circumferentiæ dupla partium 60, & recta ſub ipſa partium 60, dupla verò ipſius EB, partium 180, & recta, quę eſt ſub ipſa 120. Si igitur à ratione ipſarum 120 ad ipſa 48, 31, 55 auferamus rationem ipſarum 60 ad ipſa 120, relinquetur ratio ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius ZT ad ipſam, quę eſt ſubdupla TH ratio ipſorum 120 ad ipſa 24, 15, 57, & eſt dupla quidem ZT circumferẽtię partium 180, recta verò quę ſub ipſa partium 120, & ipſa, quę eſt ſubdupla ipſius TH eorundem eſt 24, 15, 57: quare & dupla TH circumferentię partium eſt 23, 19, 59, ipſa verò TH eorundem 11, 40, proximè.



Rurſum ſupponatur EH circumferentia partium 60, vt alijs manentibos ijſdem dupla quidem ipſius EH ſit partiū 120, recta verò quę ſub ipſa partium 103,55,23. Si igitur rurſum à ratione 120 ad 48, 31, 55, auferamus rationem ipſorum 103,55,23, ad 120. relinquetur ratio ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius ZT ad ipsū, quę eſt ſubdupla ipſius TH, ratio videlicet ipſorum 120 ad ipſa 42,1,48, & eſt ipſa, quę ſubdupla ipſius ZT pretium 120, quare etiam ipſa, quę eſt ſubdupla ipſius TH eorundem erit 42,1,48, & dupla quidem TH circumferentiæ partium eſt 41, 70, 18, ipſa verò TH eorundem 20,1,9, quę oportebat demonſtrare.

Eodem modo etiam in particularibus circumferentiis computantes quantitates, exponemus tabulam quadrantis partium 90, quę appoſitas habet quantitates ſimilium, demonſtratis circumferentijs: atque eſt talis tabula.

Canon

Canon declinationis.

Circumferentiæ			
Solis p media	Meridiani		
Par.	Gr.	Mi.	Sec.
1	0	24	16
2	0	48	31
3	1	12	46
4	1	37	0
5	2	1	12
6	2	25	22
7	2	49	30
8	3	13	35
9	3	37	37
10	4	1	38
11	4	25	32
12	4	49	24
13	5	13	11
14	5	36	53
15	6	0	31
16	6	24	1
17	6	47	26
18	7	10	45
19	7	33	57
20	7	57	3
21	8	20	0
22	8	42	50
23	9	5	52

Circumferentiæ			
Solis p media	Meridiani		
Par.	Gr.	Mi.	Sec.
24	9	28	5
25	9	50	29
26	10	12	46
27	10	34	57
28	10	56	44
29	11	18	25
30	11	39	55
31	12	1	20
32	12	22	30
33	12	43	28
34	13	4	14
35	13	24	47
36	13	45	6
37	14	5	11
38	14	25	2
39	14	44	39
40	15	4	4
41	15	23	10
42	15	42	2
43	16	0	38
44	16	18	58
45	16	37	20
46	16	54	47

Canon declinationis.

Circumferentiæ			
Solis p media	Meridiani		
Par.	Gr.	Mi.	Sec.
47	17	12	16
48	17	29	27
49	17	46	20
50	18	2	57
51	18	19	15
52	18	35	5
53	18	50	41
54	19	5	57
55	19	20	56
56	19	35	28
57	19	49	42
58	20	3	31
59	20	17	4
60	20	30	9
61	20	42	58
62	20	55	24
63	21	7	21
64	21	18	58
65	21	30	11
66	21	41	0
67	21	51	25
68	22	1	25
69	22	11	11

Circumferentiæ			
Solis p media	Meridiani		
Par.	Gr.	Mi.	Sec.
70	22	20	11
71	22	28	57
72	22	37	17
73	22	45	11
74	22	52	59
75	22	59	41
76	23	6	17
77	23	12	27
78	23	18	11
79	23	23	28
80	23	28	16
81	23	32	30
82	23	36	35
83	23	40	2
84	23	43	2
85	23	45	34
86	23	47	39
87	23	49	16
88	23	50	25
89	23	51	6
90	23	51	20

Theo-

THEONIS

De circumferentijs inter Æquinoctialem, & circulum obliquum.

CAP. XIII.

CVM demonſtraſſet ex obſeruatione per inſtrumenta circumferentiam inter duos polos partium eſſe 23.51.20, in maximo circulo per eos ſcripto, quæ erat totius inclinationis, ſiue obliquationis Zodiaci ad Aequinoctialem, & cum intuliſſet, quod cum ſit conſequens etiam particulares exiſtentes qualitates obliquationum demonſtrare in Aequinoctiali per polos; & ſectionum circuli per media animalium, exponemus lemmatia pauca, & vtilia ad talem tractationem, & prætcrea ad omnes ferè tractationes, ſphæricaſque demonſtrationes. cum expoſuiſſet talia lemmatia, & collegiſſet per ipſam præſumptionem ſphæricum theorema ſecundum diuiſionem, & ſecundum compoſitionem; deinceps de particularibus obſeruationibus ſermonem habet; atque inquit. HOC EXPOSITO faciemus primum propoſitarum circumferentiarum demonſtrationem, dico ſanè particularium obliquationum, ſeu quo modo, dato aliquo ſegmento per media animalia quantitatem ab Aequinoctiali diſtantiæ ipſius ſumamus in deſcripto circulo per ipſum, & polorum æquinoctialis principium à cõmuni ſectione, & æquinoctialis, & eius, qui per media aſſumentes, vt ſolem exiſtentem inueſtigemus per aliquod tempus in aliqua ſectione Zodiaci in promptu ſumamus, & receſſum ab æquinoctiali ſecundum latitudinem ipſius ſuper vno quadrante conſiderantes. Cum expoſuiſſet igitur per vtroſque polos, & æquinoctialis, & eius, qui per media animalia maximum circulum ipſum ABGD, & æquinoctialis ſemicirculum ipſum AEG, Zodiaci verò ipſũ BED, ita vt punctum E ſit vernum, hoc eſt principium Arietis, B verò hyberni tropici, ſiue principium Virginis, D verò æſtiuum, videlicet principium Cancri, & cum aſſumpſiſſet in Zodiaco EH circumferentiam partium 30, & cum ſcripſiſſet per Z polum Aequinoctialis, & datæ ſectionis Zodiaci maximi circuli circumferentiam ZHΓ, demonſtrat videlicet HΓ circumferentiã, quam obliquauit, trigeſima pars eius qui per media ab Aequinoctiali, quod eſt partium qualium eſt totus circulus 360, poſtea cũ eſſet talem demonſtrationem facturus, in memoriam nos ducit, dicens quod omnino cum dicamus circumferentiam aliquam vel rectarum partium eſſe aliquarum, vel ſectionum, in circumferentijs quidem talibus dicimus, qualis circulis 360, in rectis verò qualium diameter 120, & poſteà demonſtrationẽ faciens, vtitur expoſito ſphærico theoremate in demonſtratione ſecundum compoſitionem hoc modo.

Quoniam



Quoniam in deſcriptione maximorum circulorum in duas circumferētias AZ & AE, duę ſunt ZT, & EB ſecātes ſe inuicem ad ipſum H, ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius ZA, ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius AB, cōponitur, & ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius ZT ad duplā ipſius TC, & ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius HE, ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius EB, ſed ZA circumferentiæ dupla partium eſt 180, nam ZA ex polo exiſtēs ad æquinoctialem quadrantis eſt partium 90, quare erit dupla ipſius eſt 180, recta verò, quæ eſt ſub ipſa partium 120, dupla verò ipſius circumferētiæ AB ſecundum rationē nobis datam Eratoſthenis 83 ad 11 partium eſt 47.42.40. recta verò, quæ ſub ipſa partium 48,31,55. & rurſum Quoniam HE circumferentia ſupponitur partium 30 igitur dupla ipſius erit partium 60, & recta, quæ ſub ipſo, partium 60 eſt verò & ipſa, quę ſubdupla ipſius EB partium 180 & recta quæ eſt ſub ipſa partium 120, quandoquidem EB quadrantis eſt, eo quod duo maximi circuli, & AEG æquinoctialem, & BED Zodiacum ſecans ſe ad inuicē ad ſemicirculum, & ipſum ABGD per polos ipſorum exiſtens ſecant aſſumptos ipſorum ſemicirculos bifariam. Si igitur a ratione ipſorum 120 ad 41,32,59, hoc eſt ratione ipſius, hoc eſt ſubdupla ipſius ZA ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius AB, auferamus rationem 60, ad 120, hoc eſt rationem ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius HE, ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius EB, relinquetur ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius ZT, ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius TH, ratio 120 ad 24,15,57, & eſt dupla quidem ZT circumferentiæ partium 180, recta verò, quæ ſub ipſa partium 120, igitur & ipſa, quæ eſt ſubdupla ipſius TH circumferentiæ earundem eſt partium 24.15 57, quam inducentes in regulam in circulo rectarum, inueniemus in ipſa circumferentiam, hoc eſt duplam ipſius TH, partium 23,19,59 cuius dimidium ſumētes habebimus ipſum HT, circumferentiarum partium 11,40 proximè, & in talibus demonſtrationibus quinque magnitudines rectarum habere oportet datas, & ſextā inquirere, ſic enim talis demonſtratio procedet. Et manifeſtum quod quemadmodū in circulari theoremate declarabamus, quod exceptis duobus circumferentiis inter tria puncta ſimul vtriuſque quadrantis exiſtentibus, vt ipſorum AB, BZ, vel ZH, HT & præterea EH, HB, & concurrentibus rectis, vt eius ab A ad B cū ipſa à centro circuli ad ipſum Z, vt ante demonſtrabamus, & ſimilibus componitur theorema conſequenter

ſequenter ante expoſito ex complexione lemmatiorum ſphærico theoremat', quem admodum verò ſi à ratione 120, ad 48,31,55. auferamus rationem 60, ad 120, relinquitur ratio ipſorum 120 ad ipſa 24,15,57, ita fit manifeſtum, quoniã enim tribus numeris datis, poſſibile eſt quartam proportionem adinuenire, habemus verò tres numeros, & ipſum 60, & 120, 48,31,55. & quartam proportionem inquirimus & eſt ille, qui ſub 1.4. æqualis ipſi, qui ſub 2 & 3. ordinamus vt primum ipſum 120, & ſecundo ipſum 60, & tertium ipſum 48,31,45, & multiplicantes ipſum ſecundum per ipſum tertium, hoc eſt, ipſum 60 ad ipſum 48,31,55. & quæ reſultant 29, 11,15 diuidentes per ipſum 120, habebimus quartam proportionem 24,15,57, & facta eſt ſecundum ordinem contrarium, vt 24,15,57 ad 48,31,15, ita 60 ad 120. Et quoniam ipſo medio ſumpto 24,15,57, ratio ipſorum 120 ad 48,31,55 componitur & ex ratione 120 ad 24,15,57, & ratione 24,15,57 ad 48,31,55. Si igitur à ratione 120 ad 48,31,55, auferamus rationem ipſorũ 24,15,57, ad 48,31,55, hoc eſt rõnẽ ipſorũ 60 ad ipſa 120, relinqtur rõ 120 ad 24,15,57, q̃ eſt exceſſus duplæ ipſius Z Γ ad exceſſũ duplũ TH. Et eſt, q̃ ſubdupla ipſius ZT ſectionũ 120, & q̃ ſubdupla igitur ipſius TC erit 24,15,57, circumferentia verò in ipſa, hoc eſt, dupla TH circumferentia partium 23,39,59 Ipſa verò TH 11,39 59 quæ & adiacent in tabula obliquationis in ſecunda pagella ipſis Zodiaci, & in prima pagella iacentibus partibus 30, & eſt in vltimo exemplo ablatio rationis 24,15,57 ad 48,31,55. ad primũ verò aſſumptio. Quoniam & per lineas demonſtratio ſecundam rationem componentium habeat à principio ablatam proportionem, primam verò relictam rurſum in eadem deſcriptione, volens demonſtrare quantum obliquata eſt ſexageſima pars Zodiaci ab æquinoctiali in eodem circulo, inquit. RVRSVS ſit EH Zodiaci circumferentia partium 60, vt rurſus ratione ipſius, quæ ſubdupla ZA ad ipſam, quę ſubdupla ipſius AB, manente ratione 120 ad 48,31,55 & ipſa, quæ ſubdupla ipſius ZT, manente 120 ipſam duplam ipſius EH circumferentiæ fiat 120, & ipſam, quæ eſt ſub ipſa recta partium 103,55,23. Et ſi igitur rurſum à ratione 120 ad 48,31, 55, auferamus rationem 103,55,23 ad 120, relinquetur ratio ipſius, quæ ſubdupla ZT, ad ipſam, quę ſubdupla TH ratio 120 ad 42,1,48. & eſt ipſa, quę ſubdupla ZT partium 120, igitur, & quę ſubdupla ipſius TH partium eſt 42,1,48. Circumferentia verò in ipſam, hoc eſt, dupla ipſius TC erit 41,0,18. dimidia verò ipſius, hoc eſt ipſa HT, erit 20,30,9. Eodem modo ſecundum vnamquamque partem Zodiaci ab æquinoctiali computantes magnitudines ſimilium ipſi HT circumferentiæ ſuper vnq quadrante. Quoniam, & in reliquis tribus eædem magnitudines colliguntur, vt deinceps demonſtrabimus, propterea quod & vna aliqua. & eadem eſt inclinatio Zodiaci ad æquinoctialem. & tabulam ipſorum expoſuit, vt & huiuſmodi magnitudines in promptu etiam nos poſſimus capere, aduerſus quidem rurſus 45, pagellas verò duarum, quarum primæ continent vnius quadrantis Zodiaci partes 90, ſecundum vnum adductus, ipſa verò duo excreſcentes ipſis ab æquinoctiali obliquationis quantitates à dicto circulo. & eſt tabula talis.

120, 103, 55, 23, 48, 31, 55. 42. 1. 48

5043. 35. 16

39. 15

Memoriæ verò cauſa multiplicationis exponemus numeros, qui ſunt in demonſtratione.

ſtatione. Si igitur (inquit) ab ipſa ratione ipſorum 120 ad 48,31,55, auferamus ratione ipſorum 103,55,23 ad 120, relinquetur ratio ipſorum 120 ad ipſa 42,1,48. ita Si enim rurſus multiplicabimus 103,55,23, ad rationem 48,31,55. quę reſultāt quemadmodum deinceps expoſito numerorum continet 5043,35,16,39,15 diuidemus circa rationem 120, inueniemus 42,1,48 quaſiam proportionem, & eſt ratio ipſorum 103,55,23, ad 120, ratio eadem rationi ipſorum 42,1,48, ad ipſa 48, 31,55, & per medium 120 ad 48,31,55, ratione ſumpta ipſorū 42,1,48, ratio 120 ad 48,31,55 compoſita erit, & ex ratione 120 ad 42,1,48, & ratione 42, 1, 48 ad ipſa 48,31,55, & ſi a ratione 120 ad 48,31,55 auferemus rationem 103,55,23, ad 120, hoc eſt rationem ipſorum 42,1,48 ad 48,31,55, relinquetur ratio ipſorū 120 ad 42, 1, 48. multiplicationes vero quemadmodum, & prius ſubſcripſimus fiunt ita.

103,55 23,4944,3193.1660,3020	
48 31.55. 2601 1705 713	1265
1104	

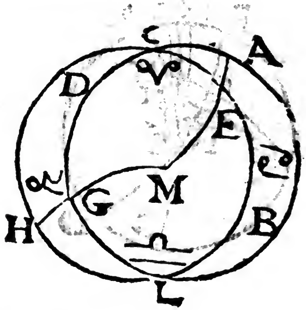
Multiplicabimus 103,55,23, ad 48,31,55, vt prius 120 ad 48 fiunt partes 4944 poſtea 103 ad 31, fiunt primę ſexageſimę 3193, poſtea rurſus 103 ad 55 fiunt ſecūdę ſexageſimę 5665. poſtea 55 primas ſexageſimas ad 48, fiunt primæ ſexageſimæ 2640, ad 31 verò primas ſexageſimas fiunt ſecundæ ſexageſimæ, 1705, primas verò ad primas ſecundas faciunt, & præterea ad 55 ſecundæ fiunt 3025. poſtea rurſū 23 ſecundæ ad 48, fiunt ſecundæ 1104. ad primas verò 31 fiunt tertiæ 713, ad ſecundas verò 55, fiunt quartæ 1265, ſecundæ verò ad ſecundas fiunt quartæ, adiicientes igitur quartas ſexageſimas ad 60, & facientes tertias, & quartas ſexageſimas appoſuimus tertias tertiis, & colligentes ipſas, & adiicientes rurſum ad 60. & facientes ſecundas & tertias, appoſuimus rurſus ſimiliter ſecundas ſecundis, & præterea colligentes ipſas, & diuidentes circa ſexaginta, habemus partes, & primas ſexageſimas, & addentes partes partibus habemus collectum numerum partium 5048 35,16,39,15. quem diuidentes per 120 inuenimus ipſum 42, 1, 48 quattam proportionem.

De Tabula Obliquationis.

QVoniam autem in expoſita obliquationis tabula ab Aequinoctiali exiſtēte in prima pagella vnius ſolius quadrantis, qui per media, extat partiū 90, neceſſarium eſt declarare quemadmodum adducere debemus in tabula plurium 90, partibus datis. Cum igitur, verbi gratia, à principio Arietis dentur vſque ad partes 90, ipſi datas adducentes in primam pagellam tabulæ quę continentur ab ipſis in ſecunda pagella dicemus, obliquatam eſſe datam eſſe Zodiaci ſectionem, ſi verò vltra 90 ſint, quæ dantur Zodiaci partes, reliquas in

180

180 partes adducentes, ſimiliter ſumemus inquiſitam obliquationis quantitatem. Si verò vltra 180 ſint, vſque ad 270. reliquas ipſorum 180 adducemus, ſi verò vltra 270 reliqua in 360. Vt autem in deſcriptione manifeſto fiant, quæ dicuntur.



Sit Zodiacus ABGD, æquinoctialis verò EZHT, æquinoctialia verò, & Tropica puncta ad principia quartarum Zodiaci, Arietis, Cancri, Libræ, & Virginis, vt ſubſcriptum eſt. Si igitur quæramus alicuius ſectionis à principio Arietis vſq. ad principia Cancri partium 90 obliquationem, manifeſtum ſicuti diximus, quod ipſas ab Ariete datas partes inducere debemus. Si verò rurſum alicuius ſectionis vltra 90, vſque ad 180, veluti tanquam eius, quæ ad B ſectionem manifeſtum quod ipſas à Libra vſque ad reſiduas ſecundi ad 180 inducere debemus. Si verò vltra 180, vſque ad 270 ſint, quæ dantur ab Ariete, eo rurſum tãquam ad tertium, manifeſtum quod rurſum ipſas a Libra vſque ad tertii reſiduas exiſtentes vltra 180 ſemicirculi inducere debemus. Si verò vltra 270, vſque ad 360, ceu ſecundum quartam reſiduas ad 360 inducere rurſum debemus. Vt rurſum ab Ariete ſint, quæ inducuntur, Similiter verò, & ſi à principio Libræ eſſent datæ, eadem inductione vtemur, Quod autem ſufficienter in vno quadrante Zodiaci obliquationes demonſtrauit, propterea quod & in reliquis tribus quadrantibus eædem ſunt, demonſtrabimus rurſum in eadem deſcriptione. Quoniam enim in diametro eſt ipſum C, ipſi L, ponatur æquinoctialis CA ipſi LG, in diametro igitur eſt ipſum A ipſi G. Sumatur polus æquinoctialis, & ſit ipſum M, & per A, & M maximus circulus ſcribatur, tranſibit & ipſum G, veniat vt AEMG. Et quoniam ſemicirculi eſt AG (maximi enim circuli biſariam ſecant ſe inuicem) ſed EC, communis auferatur GME, reliqua igitur AE obliquationis circumferentia reliquæ GH æqualis eſt. Similiter demonſtrabitur & in reliquis. Sectiones igitur æqualiter diſtantes ab vtroque æquinoctialium punctorum eius, qui per media animalia ſecundum æqualem obliquationem obliquantur, Vt iure in vno quadrante demonſtrationem fecit, quemadmodum verò iuxta expoſitionem ta-

bulæ ſemper obliquationes ad æquinoctialia puncta maioribus exceſsibus adau-
ctæ ſint, quam quæ remotiores, demonſtrabimus per lineas ita rurſus.



Ponatur per vtroſque polos, & eius qui per media animalia, & æquinoctialis ipſum
ABGD, & æquinoctialis quidem ſemicirculi ipſum AEG, eius verò qui per media
animalia BED polus verò æquinoctialis ſit Z, & aſſumuntur ab ipſo E in eo, qui
per media animalia æquales circumferentiæ EH, HT, TC, & ſcribantur per Z polū
æquinoctialis, & per puncta HTC maximorum circulorum quadrātes ZHL, ZTM,
ZCN in quibus obliquationes demonſtrabantur, dico quod TM ſuperat HL, plus
CN, ipſa TM. Et eſt hinc manifeſtum parallelis ſcriptis HTC ipſi AEG æquinoctiali
ipſorum HX TO. CP, ſit enim, vt demonſtratū eſt in quinto theoremate tertii ſphę-
ricorum ipſa AX maior XO, ipſa verò XO minor OP, & ſuperat TM ipſam HL, ip-
ſa XO ipſa verò CN ipſam TM, ipſa OP, æquales enim ſunt maximæ circulorum
circumferentiæ, quæ ſunt inter parallelas, quare MT ipſam LH plus ſuperat, quàm
CN ipſam TM.

PTO·

PTOLEMAEVS.

De aſcenſionibus in ſphæra recta.

CAP. XIII.

DEINCEPS autem eſſet, ſimul demonſtrandum Aequinoctialis circuli circumferentiarum quantitates, quę fiunt à deſcriptis circulis, & per polos ipſius, & per data ſegmenta obliqui circuli, ita etiam habebimus quot temporibus Aequinoctialis ſegmenti eius, qui per media animalia pertranſibit Meridianum, vbique, & ſuper rectam ſphęram Horizontem propterea quod, & ipſe tunc ſolum per polos Aequinoctialis deſcribitur. Ponatur igitur prius demonſtrata deſcriptio.



Et data rurſus EH circumferentia obliqui circuli prius partium 30, neceſſe ſit ET æquinoctialis circumferentiam inuenire: eodem modo ijs, quę ſupra dicta ſunt, ratio ipſius, quę ſubdupla ZB ad ipſam, quę ſubdupla BΔ, componitur & ex ratione ipſius, quę ſubdupla TE ad ipſam, quæ ſubdupla EA, ſed dupla ZB circumferentię partium eſt 130, 2, 17, 20, & recta, quę eſt ſub ipſa partium expoſitarum 109, 40, 4. 53, AB verò circumferentię dupla partium 47, 42, 40, recta verò, quae ſub ipſa partium 48, 31, 55. Et rurſus ZH circumferentiae dupla partium 156, 41, & recta, quae eſt ſub ipſa partium 117, 31, 15, HT verò partium 23, 19, 59, & recta quae ſub ipſa partium 24, 15, 57, Si igitur ad rationem 109, 44, 53, ad 48, 31, 55, auferamus rationem 117, 31, 15, ad 24, 15, 57, relinquetur nobis ratio, quae eſt ſubdupla ipſius TE, ad ipſam, quae eſt ſubdupla ipſius EA, ratio ſcilicet ipſorum 54, 52, 26, ad 117, 31, 15, eadē verò ratio eſt & 56, 1. 23 ad 120, & eſt dupla EA partium 180, recta verò, quae ſub ipſa partium 120, & quae eſt ſub dupla ipſius TE partium earundem eſt 56, 1. 25. quare dupla TE circumferentiae erit partium 55, 40 proximè, TE verò earundem 27, 50. Rurſus ſupponatur EH circumferentia partium 60, vt alijs manentibus eiſdem dupla ZH circumferentiae fiant partium 138, 59, 42, & ipſa, quae ſub ipſa recta partium 112, 23, 56, dupla verò ipſius HT circũferectiae partium 41, 0, 18, & etiam, quae ſub ipſa recta partium 42, 1, 48. Si igitur à ratione 109, 44, 53 auferamus rationem ipſorum 112, 23, 56 ad 42, 1, 48, relinquitur ratio eius, quae ſubdupla TE ad eam, quae eſt ſubdupla EA, ratio inquam 95, 2, 40, ad 112, 23, 56, eidem huic ratio eſt, & ratio 101, 28, 20, ad 120, & eſt, quae ſubdupla circumferentiae EA recta partium 120, quare & quae ſubdupla TE rectae erit partium earundem 101, 28, 20, dupla vero TE circumferentiae erit partium 115, 28, proximè, ipſa verò

TE earumdem 5744. Et demonſtratum eſt, quod primam ab ęquinoctiali pūcto duodecima pars eius per media animalia circuli ſimul moratur cū partibus ęquinoctialis iuxta expoſitum modum 27,50, ſecunda verò partibus 29,54 quandoquidem vtraque demōſtrata ſunt partium 57,44, & tertia verò, videlicet, duodecima pars ſimul morabitur cū reliquis in quadrante partiū 32,16, propterea quod & totus obliqui circuli quadrans cum toto quadrante ęquinoctialis ſimul moratur, vt ad deſcriptos circulos per polos ęquinoctialis. Eodem igitur modo propoſitam demonſtrationem ſequētes computauimus circumferentias æquinoctialis ſimul morantes cum ſingulis decem partibus obliqui circuli, ꝓpterea ꝙ minores horū partes nulla re alicuiꝰ nomēti digna differunt ab exceſſibus ad ęquale incremētum. Exponemus igitur etiam has vt in promptu habeamus in quibus temporibus earum quęlibet, & Meridianū, ſicuti diximus, vbique & Horizontem in recta ſphæra pertranſibit, facientes principium à decē partibus ad ęquinoctiale punctum. Prima igitur continet tempora 9. 16. Secunda verò tempora 9. 15. Tertia verò tempora 9. 25, vt tempora 27.50 colligantur ad idē, primæ duodecimæ partis. Quarta verò tempora 9.40. Quinta tempora 9.58. Sexta verò tempora 10, 16, vt & ſecundæ duodecimę partis tempora 29,54 colligantur. Septima tempora 10,34. Octaua tempora 10,47. Nona verò tempora 10,55, 22 rurſus colligantur, & tertiæ quidem, & ad tropica puncta duodecimæ partis tempora 32, 16, totius verò quadrantis 90 conuenienter. Et eſt inde manifeſtum quod reliquorum quadrantis ordo idem exiſtit, omnibus in ſingulis iiſdē contingentibus, propterea quod ſphæra recta ſupponitur, hoc eſt æquinoctialis non inclinabilis ad Horizontem.

THEO-

THEONIS

De aſcenſionibus in ſphæra recta.

CAP. XIII.

CVM demonſtraſſet maximam obliquationem partium 23, 51, 21, & prætcrea particulares tales quanritates in polis Æquinoctialis in deſcriptis maximis circulis, & in datis obliqui, & per media animalia circuli ſectionibus. & cum regulam horum expoſuiſſet, vt in promptu has haberemus ad particulares cõſiderationes. Poſtea de aſcenſionibus in recta ſphæra Æquinoctialis, & Zodiaci ſermonẽ habet iuxta quã poſitionem poli ſphæræ in horizonte ſunt ob id, & æquipollere ipſum dicet Meridianis in qualibet habitatione, quoniam & talis horizõ per polos eſt ſphæræ quemadmodum & omnes Meridiani, poſtea volens demonſtrare exiſtentes quantitates aſſumptarum circumferentiarum, & æquinoctialis & eius, qui per media animalia à communi ſectione ipſa ſub deſcripto circulo per polos æquinoctialis, & datas obliqui circuli ſectiones, inquit. ITA ENIM habebimus quot temporibus æquinoctialis ſegmenta eius qui per media animalia circuli pertranſeat meridianum vbique & in recta ſphæra horizontem. Poſtea volens demonſtrare in particularibus aſcenſionibus, & medietatibus cæli vna cum datis ſegmẽtis circuli, quot tempora æquinoctialis ſimul in medio cæli ſunt, vel ſimul aſcendant in recta ſphæra horizontem, tempus appellans æquinoctialis ſegmenta, propterea quod circa polos huius ab ortu ad occaſum latio vniuerſorum æquabiliter fertur, & neceſſarium eſt dimenſiones temporum in aliquo æquabiliter & ordinate, qui fertur maximo circulo dimetiri, facit dictam demonſtrationẽ in eodem theoremate, in quo etiam obliquationes demonſtrabat, vtens per diuiſiones demonſtrato ipſo ſphærico theoremate, expoſita enim ipſa deſcriptione, hoc eſt per vtrumque polum ABGD, æquinoctialis verò AEG, & Zodiaci BED, vt E pũctum hyberna ſit ſectio Zodiaci, & æquinoctialis. & aſſumpta ſimiliter EH, verbi gratia, partium 30, & deſcripta per Z polum æquinoctialis, & dati eius, qui per media animalia ipſius H quadrantis maximi circumferentia ZHT, computat ex antedictis, ſimul ſurſum latam cum ipſa æquinoctialis, hoc eſt, ET, hæc enim ſimul ſurſum fertur cum ipſo ex Zodiaco, propterea quod ZHT circulus per polos exiſtens ſphæræ equipollet horizonti in recta ſphæra, & ſimul commune ipſius, punctum E in ipſo ſit, & videlicet ſimul aſcendit EH, cum ET, eodẽ igitur modo primis dictis, quoniam in duas maximorum circulorum circumferẽtias AZ, AE duæ productæ ſunt, & ZT. & ET, ſecantes ſe inuicem ad H, ratio ipſius, quæ eſt ſubdupla ipſius ZB ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius BA, componitur, & ex ratione ip-

ſius,

ſius, quæ eſt ſubdupla ipſius ZH ad ipſum, quæ eſt ſubdupla ipſius HT, & ratione ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius TE ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius *EA*, ſed ZB circumferentiæ dupla partium eſt 132,17,20, & recta, quæ eſt ſub ipſa ſectione 109, 44,53. dupla verò ipſius BA, partiũ eſt 47,42,40, & recta, quæ ſub ipſa 48,31,55. (ipſum enim B tropicum punctum eſt, propterea quod *E*B eſt quadrantis, vt & paulo ante demõſtrabamus) & eſt BA maxima obliquatio partium exiſtens 23,51,20. quare & dupla ipſius eſt 47,42,40. propterea & ZB dupla partium eſt 132,17,20. Et quoniam *ZA* dupla partium eſt 180, eſt verò & ZH dupla partiũ 156,41. propterea quod HT obliquatio data eſt, & recta, quæ ſub ipſa eſt partiũ 117,31,15. dupla ratio HT partium eſt 23,19,59 & quæ ſub ipſa eſt recta partium 24,15,57. Si igitur à ratione 109,44,53 ad 48,31,55 auferamus rationem 117,31,15, ad 24,15,57, relinquetur nobis, quod ratio ipſius, quę eſt ſubdupla ipſius T*E* ad ipſam, quę eſt ſubdupla ipſius *EA*, ratio 54,52,26, ad 117,31,15. Eadem verò huic ratio eſt & ratio 56,1,25, ad 120, & eſt dupla ipſius *EA* partium 180, recta verò, quæ eſt ſub ipſa ſegmentorum 120, igitur & ipſa, quæ eſt ſubdupla *E*T, eorundem eſt 56,1,25, quare & quæ ſuper ipſam circumferentiam, hoc eſt duplam ipſius T*E*, partiũ eſt 5,40, proximè, dimidia verò ipſius, hoc eſt, ipſa *E*T, eorundem 27,50, quemadmodum verò, & hic à ratione 109,41,53, ad 48,31,55 ablata ratione 117,31,15 ad 24,15,57 relinquitur ratio 54,52,26 ad 117,31,15. Aſſumitur verò hæc rurſum ad rationem 120 ad 56,31,25 demonſtrabimus ita.

48,31,55.	109.44.55.
24,15,57.	54,52,26.

Quoniã n. rurſũ habem⁹ tres numeros datos, & ipſũ 109,44,53 & 48,31,55, & preſea 24,15,57 tractam⁹ ſimiliter quartã ꝓportionẽ multiplicam⁹ 24,15,57 ꝑ 109,44, 53, & diuidẽtes ꝑ 48,31,55, inuenim⁹ ex diuiſione ipſũ 54,52,26, & factũ eſt rurſũ vt 109,44,53 ad 48,31,55, ita 54,52,26, ad 24,15,57, & medio termino ſumpto 117,31,15, rõ 54,52,26 ad 24,15,57, cõponitur & ex rõe 54,52,26 ad 117,31,55 & rõne 117,31,25 ad 24,15,57, & manifeſtũ ꝙ ſi à rõne ipſorũ 109,44,53, ad 48, 31,55, hoc eſt ipſorũ 54,52,46, ad 24,15,57 (eadẽ enim eidem eſt) auferatur ratio 117,31,15, ad 24,15,57 relinquetur ratio 54,52,26 ad 117,31,15, hoc vt in lineis ratio ipſius, quæ ſubdupla ipſius TE ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius *EA*, & ſi recta, quæ ſubdupla ipſius *EA* circumferẽtiæ erat partium 117,31,15, haberemus vtique illinc, & ipſã, quæ eſt ſubdupla ipſius *ET* 54,52,26, ſed quia ipſa, quæ eſt ſubdupla ipſius EA. eſt 120, traducimus relictam rationem ad 120, multiplicantes 120 per 54,52,26, & diuidentes factum per 117,31,15.

117,31,55.	120
54,52,26.	56.1.25.

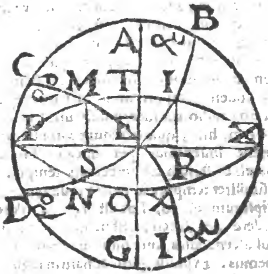
Inuenimus igitur quartam proportionem 56,1,25, & factum eſt, vt 54,52,26, ad 117,31,15, ita 56,1,26, ad 120, & eſt ipſa, quæ eſt ſubdupla ipſius *EA* 120, & quæ ſubdupla igitur ipſius *ET*, erit 56,1,25. Et manifeſtum quod non in expoſitis

numeris, & rationem habentibus ablationis fecit, ſed in habentibus eandem rationem, licebat autem rurſum & ab ipſo expoſito 109,44,53, ad 48,31,55, ablationem facere multiplicantibus nobis numerum 24,15,57, per 109,44,53, & diuidentibus ad 117,31,15, & inuenientibus medium terminum ipſius 109,44,53, ad 48,31,55

117, 31, 15.	24, 15, 57
119, 44, 53.	

Sed quæ inuenitur quarta proportio non amplius ad 117,31,15, relictam rationem faciebat, iuxta expoſitionem eorum, ſed ad 48,31,55, & eſſet ablatio & comprehēſio conſequenter dictæ a nobis viæ. Conſequenter enim linearibus hic demonſtrationibus prima ratione ablata, ſecunda mp chendebatur, vnde à ſimili videtur ablationem, & comprehenſionem rationis feciſſe. Cum demonſtraſſet vigeſimam partem Zodiaci, quæ eſt à communi ſectione ipſius, & ęquinoctialis, quot temporibus æquinoctialis in recta ſphæra, ſiue ſimul aſcendit Horizontem, ſiue ſimul egreditur à Meridiano iuxta omnem habitationem, hoc eſt ſimul eſt in medio cæli, deinceps vult demonſtrare in eadem deſcriptione eadem demonſtratione vtens, & ſexageſimam partem Zodiaci ab eadem communi ſectione, cum quot ſimul ſurſum ferūtur, vel ſimul in medio cęli ſunt vbique, & inquit. RVRSVM ſupponatur EH Zodiaci circumferentia partium 60. Et neceſſe ſit inuenire E T æquinoctialis circumferentiam quot eſt partium, per hæc igitur ratio ipſius, quę eſt ſubdupla ZB ad ipſam, quæ eſt ſubdopla BA, compoſita eſt. & ex ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla ZH, ad ipſam, quæ eſt ſubdupla HT, & ratione ipſius, quæ eſt ſubdupla TE, ad ipſam, quę eſt ſubdupla EA, ſed ZB dupla per ea, quæ diximus partium eſt 132,17,20, & quæ eſt ſub ipſa recta ſectionum 109,44,53, & BA dupla partium eſt 47,42,40. *Et* recta, q̄ eſt ſub ipſa 48,31,55. ZH verò dupla 138,55, & recta, quæ eſt ſub ipſa 112,23,56. *HT* verò dupla partium 41,0,18, & recta, quæ ſub ipſa 42,1,48, data verò eſt *HT* circumferentia ex obliquationis regula, obliquatio enim eſt partium 7. ob id & reliqua *Z*H datur. Si igitur rurſum à ratione 109,44,53, ad 48,31,55, auferamus rationem ipſorum 112,23,56, ad ipſa 42,1,48, relinquetur, ratio ipſius, quę ſubdupla ipſius *ET* ad ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius *EA*, ratio inquam 95,2,40, ad 112,23,56. *Et* ſi quæ eſt ſubdupla *EA* ſectionū erat 112,23,56, & quæ ſubdupla ipſius *TE*, earundem erat 95,2,40. Sed quoniam quæ eſt ſubdupla ipſius *EA*, eſt 120 tranſtuliſimus rurſus rationē ad 120, & inuenimus ipſam, quæ eſt ſubdupla ipſius *ET* 101, 28,20, quare & q̄ ſuper ipſam circūferentia, hoc eſt dupla ipſius *TE*, erit ex rectis in circulo 115,28, proxime, cuius dimidiam, vel rectam ipſam *T*E, habebimus 54,44, quæ ſimul in medio cæli ſunt cum ſexageſimis partibus *Z*odiaci, & hic rurſum multiplicantes 42,1,48 per 109,44,53, & diuidentes per 48,31,55, inuenimus numerū 95,2,40, & fit vt 109,44,53, ad 48,31,55, ita 95,2,40, ad 42,1,40 *Et* medio termino ſumpto 112,23,56, ratio 95,2,40 ad 42,1,48, componitur & ex ratione 95,2,40, ad 112,23,56, & ratione 112,23,56 ad 42,1,48. *Et* ſi rurſum à ratione 109,44,53, ad 48,31,55, hoc eſt ratione 95,2,40, ad 112,23,56, auferamus numerū 112 23,56, ad 42,1,48, relinquetur ratio ipſorum 95,2,40 ad 112,23,56 quem aſſumen es ad 120, ob eam, quam diximus cauſam, inueniemus ipſi eundē 101, 28,20 ad 120 Cum demonſtraſſet igitur rurſum quod G partibus 60 *Z*odiaci ab æquinoctiali, quæ ſunt duę duodecima totius circuli, propterea quod duodecies totius circuli

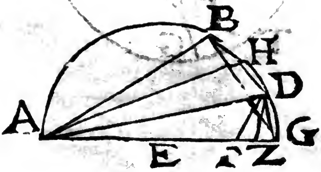
culi eſt ipſum 30 eodem tempore aſcendunt Aequinoctialis partibus 57, 44 quorum primum ſimul aſcendebat cum partibus 27, 50, reliqnum igitur ſecundum ſimul aſcendet partium 29, 54. Et quoniam totus Zodiaci quadrans toti quadranti æquinoctialis eodem tempore ſimul aſcēdit, quadrās verò trium eſt duodecimarum partium, partium verò 90, tertia igitur Zodiaci duodecima pars eodem tempore ſimul aſcendit cum reliquis temporibus Aequinoctialis vltra 57, 44, in 90 temporibus 32, 16. Et manifeſtum quod in eadem deſcriptione eandem demonſtrationem ſequentes, & inuenimus circumferentias Aequinoctialis eodem tempore ſimul aſcendentes cum eo partibus Zodiaci, propterea quod nullo momento differunt harum minores ſecundum æquabilem accretionem hiis, quæ excedunt vltra lineares, quemadmodum decima parte Arietis inuenimus per lineares ſimul aſcendentia, hoc eſt ſimul in medio cœli exiſtentia æquinoctialis tempora 9. 10. Si ipſius E ſimul aſcendentia ſimiliter tempora in Ariete inuenimus, aſſumimus ex proportione dimidias ipſorum 9. 10, hoc eſt 14, 39, & tot dicimus ſimul eodem tempore aſcendere cum Cancri partibus quinque, quoniam & ſi per lineares rurſum ſimul aſcendentes cum quinque partibus volumus computare tot proximè inueniemus. Exponit igitur & harum regulam, vt rurſum poſſimus in promptu nos aſſumere ad particulares conſiderationes quot temporibus Aequinoctialibus, quæ dantur Zodiaci ſegmenta, hoc eſt, ſimul aſcendunt in ſphæra recta Horizontem, ſiue ſimul extra egrediantur vbique Meridianum, ſicuti diximus, principium faciens ipſius in canone expoſitionis ab ipſa, ad ipſum verò factæ ſectionis Zodiaci, & Aequinoctialis, hoc eſt, à principio Arietis, atque etiam accretiones ipſius Zodiaci ſectionem iuxta decimam partem exponens. Inuenit autem ex dictis computationibus prima quidem decade, quæ à principio Arietis eſt, ſimul ſurſum aſcendentia, ſiue in medio cœli, ſimul exiſtentia æquinoctialis tempora 9. 10. ſecunda verò 9. 15, tertia 9. 25, vt colligantur in medio cœli ſimul exiſtentia tempora cum Arietis duodecima parte 27. 50. quartæ verò decimæ pars, quæ eſt primæ Tauri 9. 40, quinta verò, quæ eſt ſedunda Tauri 9. 58, ſextæ verò, tertiæ autem Tauri 10, 16, vt colligantur etiam ſimul exiſtentia tempora in medio cœli cum duodecima parte Tauri 29, 54. ſeptimam verò, & decimā partem, prima verò Geminorum tempora 10, 34, octauæ verò, ſecunda verò Geminorum 10, 47, nonæ verò, tertiæ verò Geminorum 10, 55, vt colligantur rurſus huius ſecundæ partis 32, 16, tempora. Totius verò quadrantis 90.



Et eſt inde manifeſtum quod reliquorum quadrantum ordo idem contingit; cum omnia eadem ſingillatim contingāt, propterea quod ſphæra recta ſupponitur, quandoquidem ſi expoſita ſuperiore deſcriptione ſcribamus CEL ſemicirculum, Zodiaci vt ipſius E puncti verni ſuppoſiti ipſum B fiat, hybernus tropicus, ipſum D vero æſtiuus, ipſo verò E ſurſum autumnale ſuppoſito, ipſum C fieri æſtiuum, ipſum verò L hybernum, & ipſum BED quidem ſemicirculi à principio Virginis ad principium Cancri, fiat ipſum verò CEL à principio Cancri ad principium Virginis, & explebimus ipſum ZHTP ſemicirculum, quælibet quidem ipſorum EB, EA, EC quadrantis erit, propterea quod ABGD circulus per polos ipſos exiſtens bifariam ſecat, aſſumptos ipſorum ſemicirculos, at propterea quoniam duæ BE EA duabus EA, EC ęquales ſunt, ſed & baſis BA, baſi AC æqualis, angulus igitur, qui eſt ſub BEA, angulo, qui eſt ſub EC æqualis eſt, ſecundum congruentium rationem, ſunt autem & qui ad T anguli recti, & communiter duorum trilaterorum ipſum ET, & omnia omnibus æqualia ſecundum congruentium ſimiliter rationem, vt & Menelaus in ſphæricis, æqualis igitur ipſum EH ipſi, per medium ipſi EM eiuſdem circuli, ipſum HΓ verò videlicet obliquationis ipſi TM ſimiliter obliquationis. Et manifeſtum, quod vtraque ipſorum EH, EM æqualiter diſtans ab Aequinoctiali æqualibus Aequinoctialis ſectionibus ſimul aſcendunt, quandoquidem ſi ſcribamus ipſum ZEP Horizontis ſemicirculi, & per ipſa puncta H, & M parallelas, ipſi Aequinoctiali ſcribamus HR ME circumferentias, ipſum RH quidem ipſi EH ſimul aſcendent, ipſum SM verò ipſi EM, ſed vnaquæque ipſorum RH, SM, ipſi ET (ſimiles enim) & vtraque igitur ipſarum EH, EM, ipſi ET æquali exiſtenti ſimul aſcendent vel & quod ſurſum ad B ipſas PA, AE duæ ſcriptæ, ſunt ipſæ PT, EC ſecantes inter ſe ad ipſum

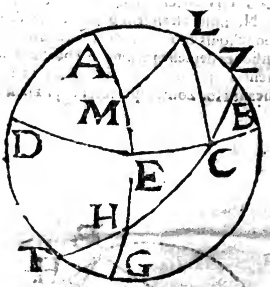
ſum

ſum M, & ratio ipſius, quæ ſubdupla ipſius PC ad ipſam, quæ ſubdupla ipſius EA eadem exiſtens ipſi rationi, quę ſubdupla ipſius ZB ad ipſam, quę ſubdupla ipſius BA, componitur & ex ratione ipſius, quæ ſubdupla ipſius PM, ad ipſam, quæ ſubdupla ipſius MT, eadem exiſtente rationi ipſius, quæ ſubdupla ZH, ad ipſam, quæ ſubdupla HT, & eius, quę ſubdupla TE, ad eam, quæ ſubduplam ipſius EA, in vtraque eoſdem exiſtente, vt & in vtraque deſcriptionum ipſum ET circumferentia comprehendatur ſimul aſcendens in recta ſphæra, vtraque ipſarum HE, EM. Zodiaci æqualium circumferentiarum. Ob eadem igitur ſi ipſum EZ æqualem ipſi EH accipientes, ſcribamus ipſum ZXNP ſemicirculum, & ipſum EO æqualem ipſi ET exiſtentem, inueniemus propterea quod & qui ad ipſum E anguli ęquales ſunt ipſis AB GD circumferentiis æqualibus exiſtentibus, & vtraque ipſarum EX, EN, ſimul aſcendentibus. Et eſt inde manifeſtum ſicuti diximus, quod & in reliquis tribus quadrantibus eundem ordinem ſequentes eaſdem ſimul aſcenſiones deprehendemus in ęqualibus ab Aequinoctialibus Zodiaci circumferentiis, propterea quod ipſa ZT, TE, PT, PE per polos exiſtentes ęquipolleant Horizonti ſuper rectam ſphæram.



Quandoquidem enim ſi in ſuperiori expoſita deſcriptione ſuper biſariam ſectionem deſcribemus ſuper A G diametrum ſemicirculum ABG, & habentes ipſum diuiſum per dimidium, excipientes ea, quæ eſt GB partis vnius, & dimidiæ, ipſum GD vero dimidiæ partis, annectamus ipſas GB, GD, atque etiã ipſas AB, AD, & accipientes ei, quæ eſt ei æqualem ipſam, quæ eſt AE perpendicularem ad ipſam AG, ex ipſo D ducamus ipſam DZ, quoniam data ipſi GB datur etiam ipſa BA, hoc eſt ipſa AE, & reliqua, quæ eſt EG dabitur. Non amplius autem ratio ipſius EG ad GZ datur, quemadmodum in biſariam ſectione ipſius BG circumferentiæ dimidiam deprehendebatur ipſum ZG, ipſius

ſinis EG, quandoquidem ſi æqualem ipſi GD circumferentiæ deprehendamus ipſam DH, & adnectamus ipſas AH, HD æqualem ipſi AH, deprehendentes ipſam AT, adnectamus ipſum AT, dimidia fiet ipſa ZG ipſius GT, non datæ. Ob id ipſa GZ nam data, neque ipſum, quod ſub ipſis AG, GZ, hoc eſt, ipſum ab ipſa GD dabitur videlicet neque ipſa GD recta ſubtendens dimidiam partem.



Quod autem ijſdem temporibus, ſiue ſectionibus Aequinoctialis per medium animalium ſectiones pertranſibunt, & Aequinoctialē vbique, & Horizontem ſuper rectam ſphæram, ita demonſtrandum ſit. Meridianus quidem circulus ipſum ABGD, & ſemicirculorum Horizontis quidem ſuper rectam ſphæram ipſam BED, ęquinoctialis verò ipſum AEG, ipſius verò per medium ipſum ZHT, & ſcribatur per C parallelum Aequinoctialis ipſum CL ſegmentum. Et quoniam ipſum BED Horizon, per polo eſt ſphæræ, ſimilis igitur ipſi CL ipſi EA, ipſa HA, igitur maior eſt, quam ſimilis ipſi CL. Ponatur ipſi CL æqualis ipſa HM, in quo igitur ipſum H ad ipſū L in hoc & ipſum H ad ipſum M, & habebit ipſum CH Zodiaci circumferentia ipſius LM poſitionem. Et quoniam vtraque ipſarum EA HM ſimilis eſt ipſi CL, & ipſam EA igitur ſimilis eſt ipſi HM. æqualis igitur ipſum CM ipſi EA, & communi ablata ipſa EM, reliqua EH, reliquæ ip-

ſi MA

ſi MA eſt æqualis, & ipſi quidem EH Æquinoctialis ſimul aſcendunt H C Zodiaci Horizontem, ipſi verò MA Æquinoctialis ſimul aſcendat Meridianum, ipſum LM Zodiaci, quare iiſdem Æquinoctialis temporibus ſegmenta per media animalia pertranſibunt, tum Meridianum vbique tum in Horizontem ſuper ſphæra recta.

FINIS.

Imprimatur. ſi videbitur R.M.S.P.
P.Epiſcopus Iſernien. Viceſgerens.

Imprimatur.
F. Gregorius Seruantius Magiſter, & Socius Reuerendiſs. P. Magiſtri ſacri Palatij.

Imprimatur.
Alexander Gratianus Vicarius Generalis Neap.

Magiſter Cherubinus Veron. Auguſt. Theologus Curiæ Archiep. Neap. vidit. Reg. fol. xxiiij.

Rutilius Gallacinus Can. Dep. vidit.

Ego D. Marianus Bonus Bononienſis Canonicus Regularis Congregationis S. Saluatoris Ord. S. Auguſtini, & Prior Monaſterij S. Laurentij de Vrbe, totum hunc perlegi librum, & nihil adinueni, quod S.R.E. fideiq. Catolicæ repugnet, neque aliquod contra bonos mores continet, ſed omnia fidei, & moribus conſcriptum.

Ego F. Marianus Bonus, &c. manu propria.

REGESTVM

✠ ABCDEGHIKLMNOPQ
RSTVXYZ.

Omnia ſunt folia integra, præter ✠
quia eſt dimidium.



N E A P O L I,
Ex Officina Felicis Stelliolæ. Ad Portam Regalem.
M D C V.

SVPERIORVM PERMISSV.

Digitized by Google

Digitized by Google

5